

Classe de <i>Terminale 6 S</i>	<b>DEVOIR SURVEILLE DE MATHÉMATIQUES</b>	Jeudi 13 février 2020
Lycée Privé d'Avesnières		Durée : 1 heure
Année scolaire 2019-2020		Calculatrice autorisée en mode examen

**Exercice 1 :** (6 points)

Un jeu de hasard sur ordinateur est paramétré de la façon suivante :

- Si le joueur gagne une partie, la probabilité qu'il gagne la suivante est  $\frac{1}{4}$  ;
- Si le joueur perd une partie, la probabilité qu'il perde la partie suivante est  $\frac{1}{2}$  ;
- La probabilité de gagner la première partie est  $\frac{1}{4}$ .

Pour tout entier naturel  $n$  non nul, on note  $G_n$  l'évènement « la  $n^{\text{ème}}$  partie est gagnée » et on note  $p_n$  la probabilité de cet évènement. On a donc  $p_1 = \frac{1}{4}$ .

- 1) Montrer que  $p_2 = \frac{7}{16}$ .
- 2) Montrer que, pour tout entier naturel  $n$  non nul,  $p_{n+1} = -\frac{1}{4} p_n + \frac{1}{2}$ .
- 3) On obtient ainsi les premières valeurs de  $p_n$  :

$n$	1	2	3	4	5	6	7
$p_n$	0,25	0,437 5	0,390 6	0,402 3	0,399 4	0,400 1	0,399 9

Quelle conjecture peut-on émettre ?

- 4) On définit, pour tout entier naturel  $n$  non nul, la suite  $(u_n)$  par  $u_n = p_n - \frac{2}{5}$ .
  - a) Démontrer que la suite  $(u_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison.
  - b) En déduire que, pour tout entier naturel  $n$  non nul,  $p_n = \frac{2}{5} - \frac{3}{20} \left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1}$ .
  - c) La suite  $(p_n)$  converge-t-elle ? Interpréter ce résultat.

**Exercice 2 :** (4 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct.

On considère l'équation

$$(E): z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0.$$

- 1) Résoudre l'équation  $(E)$  dans l'ensemble  $\mathbb{C}$  des nombres complexes.
- 2) On considère la suite  $(M_n)$  des points d'affixes  $z_n = 2^n e^{i(-1)^n \times \frac{\pi}{6}}$ , définie pour  $n \geq 1$ .
  - a) Vérifier que  $z_1$  est une solution de  $(E)$ .
  - b) Ecrire  $z_2$  et  $z_3$  sous forme algébrique.
  - c) Placer les points  $M_1, M_2, M_3$  et  $M_4$  sur la figure donnée en **annexe** et tracer, sur la figure donnée en **annexe**, les segments  $[M_1 M_2]$ ,  $[M_2 M_3]$  et  $[M_3 M_4]$ .

# ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE

NOM : ..... Prénom : .....

