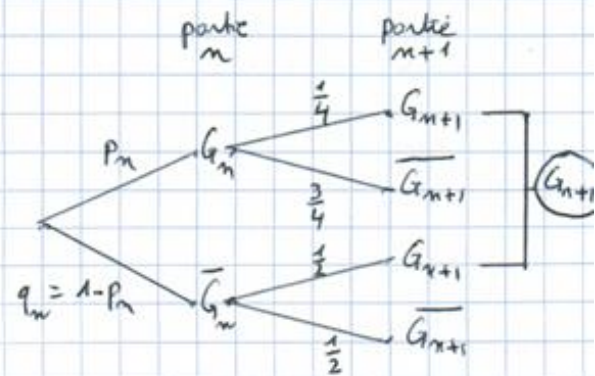
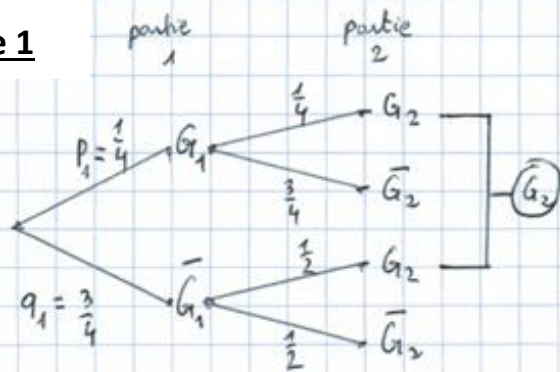


Exercice 1



$$\begin{aligned}
 1) \quad p_2 &= P(G_2) \\
 p_2 &= P(G_1 \cap G_2) + P(\bar{G}_1 \cap G_2) \\
 p_2 &= \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \\
 p_2 &= \frac{1}{16} + \frac{6}{16} \quad p_2 = \frac{7}{16}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad p_{n+1} &= P(G_{n+1}) \quad p_{n+1} = P(G_n \cap G_{n+1}) + P(\bar{G}_n \cap G_{n+1}) \\
 p_{n+1} &= \frac{1}{4} p_n + \frac{1}{2} (1 - p_n) \quad p_{n+1} = -\frac{1}{4} p_n + \frac{1}{2} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*
 \end{aligned}$$

3) A la vue des valeurs de p_n du tableau, on conjecture que $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = 0,4$

$$4) \quad u_n = p_n - \frac{2}{5} \quad \text{donc} \quad p_n = u_n + \frac{2}{5}$$

$$a) \quad u_{n+1} = p_{n+1} - \frac{2}{5}$$

$$u_{n+1} = \left(-\frac{1}{4} p_n + \frac{1}{2} \right) - \frac{2}{5}$$

$$u_{n+1} = -\frac{1}{4} \left(u_n + \frac{2}{5} \right) + \frac{1}{2} - \frac{2}{5} \quad u_{n+1} = -\frac{1}{4} u_n - \frac{1}{10} + \frac{5}{10} - \frac{4}{10}$$

$$u_{n+1} = -\frac{1}{4} u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Donc la suite (u_n) est géométrique de 1^{er} terme $u_1 = \frac{1}{4} - \frac{2}{5} = -\frac{3}{20}$ et de raison $q = -\frac{1}{4}$

$$b) \quad u_n = u_1 \times q^{n-1} \quad u_n = -\frac{3}{20} \left(-\frac{1}{4} \right)^{n-1}$$

$$\text{et comme } p_n = u_n + \frac{2}{5} \quad \text{donc} \quad p_n = -\frac{3}{20} \left(-\frac{1}{4} \right)^{n-1} + \frac{2}{5} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$$

$$c) \quad -1 < -\frac{1}{4} < 1 \quad \text{donc} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{4} \right)^{n-1} = 0$$

$$\text{donc par produit et par somme, } \lim_{n \rightarrow \infty} p_n = \frac{2}{5}$$

On en déduit que pour n assez grand, la probabilité de gagner une partie est $\frac{2}{5}$.

Exercice 2

1) $\Delta = (-2\sqrt{3})^2 - 4(1)(4)$
 $\Delta = 4 \times 3 - 16$
 $\Delta = -4$
 $\Delta < 0$, donc il y a deux racines complexes conjuguées
 $z' = \frac{-(-2\sqrt{3}) + i\sqrt{4}}{2}$ et $z'' = \frac{-(-2\sqrt{3}) - i\sqrt{4}}{2}$
 $z' = \sqrt{3} + i$ et $z'' = \sqrt{3} - i$ $S = \{\sqrt{3} + i; \sqrt{3} - i\}$

2) a) $z_1 = 2^1 e^{i(-1)^1 \times \frac{\pi}{6}}$ $z_1 = 2 e^{-i\frac{\pi}{6}}$ $z_1 = 2 \left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \right)$
 $z_1 = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right)$
 $z_1 = \sqrt{3} - i$ est l'une des solutions de l'équation (E)

b) $z_2 = 2^2 e^{i(-1)^2 \times \frac{\pi}{6}}$ $z_2 = 4 e^{i\frac{\pi}{6}}$ $z_2 = 4 \left(\cos\frac{\pi}{6} + i \sin\frac{\pi}{6} \right)$ $z_2 = 2\sqrt{3} + 2i$
 $z_3 = 2^3 e^{i(-1)^3 \times \frac{\pi}{6}}$
 $z_3 = 8 e^{-i\frac{\pi}{6}}$
 $z_3 = 8 \left(\cos\frac{\pi}{6} - i \sin\frac{\pi}{6} \right)$ $z_3 = 4\sqrt{3} - 4i$

c) $z_3 = 2^3 e^{i(-1)^3 \times \frac{\pi}{6}}$ $z_3 = 8 e^{-i\frac{\pi}{6}}$ M_3 est sur le cercle de centre 0 et de rayon 8
 $z_4 = 2^4 e^{i(-1)^4 \times \frac{\pi}{6}}$ $z_4 = 16 e^{i\frac{\pi}{6}}$ M_4 est sur le cercle de centre 0 et de rayon 16

ANNEXE

