**Ancien Devoir Surveillé**

**EXERCICE 3 :**

Soit la suite définie pour tout nombre entier naturel par :

1. a) Calculer et .
   1. La suite est-elle arithmétique ? Justifier.
   2. La suite est-elle géométrique ? Justifier.
2. On considère la suite définie pour tout nombre entier naturel par .
   1. Calculer , et .
   2. Peut-on conclure à partir de ces trois valeurs que la suite est arithmétique ou géométrique ? Justifier.
3. a) Montrer que pour tout entier naturel , .
   1. Quelle est la nature de la suite ? préciser son premier terme et sa raison.
   2. Ecrire l’expression de en fonction de .
4. En déduire l’expression de en fonction de .
5. a) Ecrire un algorithme en langage naturel qui affiche la valeur du premier entier naturel tel que .
   1. Donner la valeur de .

**EXERCICE 4 :**

Une compagnie pétrolière dispose d’une somme de 49 millions d’euros pour réaliser un forage en pleine mer. Le coût du forage est estimé de la façon suivante :

* Cent mille euros pour les dix premiers mètres ;
* Trois cent mille euros pour les dix mètres suivants ;
* Cinq cent mille euros pour les dix mètres suivants et ainsi de suite, le coût de chaque dizaine de mètres augmentant de deux cent mille euros par rapport au coût précédent.

On pose , , . Plus généralement, on note le coût exprimé en centaines de milliers d’euros de la dizaine de mètres creusés.

1. a) Calculer .
   1. Quelle est la nature de la suite ? Préciser son premier terme et sa raison.
   2. Pour tout entier naturel , exprimer en fonction de .
2. a) Calculer .
   1. Que représente cette somme ?
3. On note pour tout entier naturel ,

Démontrer que pour tout entier naturel , .

1. En tenant compte des moyens financiers dont dispose la compagnie, calculer la profondeur maximale du puits de forage.

**EXERCICE 5 :**

Démontrer par récurrence que les propositions suivantes sont vraies.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1. Soit la suite définie pour tout par : | |  | Proposition : |  |
| 1. Proposition : |  | | | |
| 1. Proposition : |  | | | |