

1) a)

$$f(x) = 1 - \cos^2 x$$

On sait que $\cos(-x) = \cos(x)$ pour tout réel x donc

$$f(-x) = 1 - \cos^2(-x)$$

$$f(-x) = 1 - \cos^2 x$$

$$f(-x) = f(x) \text{ pour tout réel } x$$

Donc la fonction f est paire (cf est symétrique par rapport à (Oy))

$$f(x+\pi) = 1 - \cos^2(x+\pi)$$

$$\text{Or on sait que } \cos(x+\pi) = -\cos(x)$$

$$\text{donc } (\cos(x+\pi))^2 = (\cos(x))^2$$

$$\text{donc } f(x+\pi) = 1 - (\cos(x))^2$$

$$f(x+\pi) = f(x) \text{ pour tout réel } x$$

Donc la fonction f est périodique de période $T = \pi$

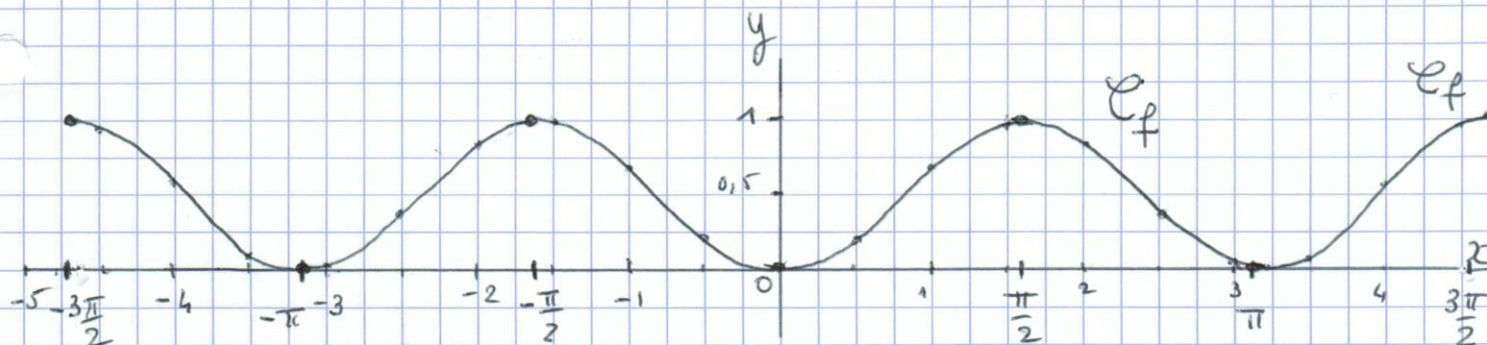
b) Dédution : on peut se contenter d'étudier les variations de la fonction f sur un intervalle d'amplitude π (du fait de la périodicité) et centré sur 0 (du fait de la parité).
Donc on étudie la fonction sur $[0; \frac{\pi}{2}]$

2) f est dérivable sur $[0; \frac{\pi}{2}]$ $f'(x) = -2\cos(x)(-\sin x)$
 $f'(x) = 2\sin(x)\cos(x)$

x	0	$\frac{\pi}{2}$
signe de 2		+
signe de $\sin x$	0	+
signe de $\cos x$		+
signe de $f'(x)$	0	+

4)

x	$-3\pi/2$	$-\pi$	$-\pi/2$	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$		
variations de f	1	↘	0	↗	1	↘	0	↗	1



1) a)

$$f(x) = 3 - 2\cos(2x)$$

on sait que $\cos(-2x) = \cos(2x)$ pour tout réel x donc

$$f(-x) = 3 - 2\cos(-2x)$$

$$f(-x) = 3 - 2\cos(2x)$$

$$f(-x) = f(x) \text{ pour tout réel } x$$

Donc la fonction f est paire

Conséquence:

la courbe C_f est symétrique par rapport à (Oy)

$$f(x+\pi) = 3 - 2\cos(2(x+\pi))$$

$$f(x+\pi) = 3 - 2\cos(2x+2\pi)$$

on sait que $\cos(2x+2\pi) = \cos(2x)$ (la fonction cosinus est périodique de période 2π)b) Dédution: On peut se contenter d'étudier les variations de la fonction f sur un intervalle d'amplitude π (du fait de la périodicité) et centré sur 0 (du fait de la parité).Donc on étudie la fonction sur $[0; \frac{\pi}{2}]$ 2) f est dérivable sur $[0; \frac{\pi}{2}]$

$$f'(x) = 0 - 2 \times 2x - \sin(2x)$$

$$f'(x) = -4\sin(2x)$$

3) Si $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$
alors $0 \leq 2x \leq \pi$
donc $\sin(2x) \geq 0$

x	0	$\frac{\pi}{2}$
signe de 4	+	+
signe de $\sin(2x)$	+	+
signe de $f'(x)$	+	+

4)

x	$-\frac{3\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$
variations de f	↖ 5	↘ 1	↗ 5	↘ 1	↗ 5	↘ 1	↗ 5

