

## Thème : Quelques applications des congruences

### Activité 5. Numéros de jours et de mois

Pré requis : Opérations et congruence.

Objectifs : Résolution d'une congruence. Lecture, modification et programmation d'un algorithme.

Dans cet exercice, on appelle numéro du jour de naissance le rang de ce jour dans le mois et numéro du mois de naissance, le rang du mois dans l'année.

Par exemple, pour une personne née le 14 mai, le numéro du jour de naissance est 14 et le numéro du mois de naissance est 5.

#### Partie A

Lors d'une représentation, un magicien demande aux spectateurs d'effectuer le programme de calcul (A) suivant :

- *Prenez le numéro de votre jour de naissance et multipliez-le par 12.*
- *Prenez le numéro de votre mois de naissance et multipliez-le par 37.*
- *Ajoutez les deux nombres obtenus.*

« Je pourrai alors vous donner la date de votre anniversaire ».

Un spectateur annonce 308 et en quelques secondes, le magicien déclare : « Votre anniversaire tombe le 1er août ! ».

- 1) Vérifier que pour une personne née le 1er août, le programme de calcul (A) donne effectivement le nombre 308.
- 2) a) Pour un spectateur donné, on note  $j$  le numéro dans le mois de son jour de naissance,  $m$  numéro de son mois de naissance et  $z$  le résultat obtenu en appliquant le programme de calcul (A). Exprimer  $z$  en fonction de  $j$  et de  $m$  et démontrer que  $z$  et  $m$  sont congrus modulo 12.  
b) Retrouver la date de l'anniversaire d'un spectateur ayant obtenu le nombre 474.

#### Partie B

Lors d'une autre représentation, le magicien décide de changer son programme de calcul. Pour un spectateur dont le numéro du jour de naissance est  $j$  et le numéro du mois de naissance est  $m$ , le magicien demande de calculer le nombre  $z$  défini par :  $z = 12j + 31m$ .

Dans les questions suivantes, on étudie deux méthodes permettant de retrouver la date d'anniversaire du spectateur annonçant 503.

1) Première méthode :

On considère l'algorithme suivant :

Variables :  $j$  et  $m$  sont des entiers naturels

Traitement : Pour  $m$  allant de 1 à 12 faire :

Pour  $j$  allant de 1 à 31 faire :

$z$  prend la valeur  $12j + 31m$

Afficher  $z$

Fin Pour

Fin Pour

a) Déterminer les 5 premières valeurs affichées par cet algorithme en recopiant et en complétant le tableau suivant (une seule indication par ligne).

$m$	$j$	$z$
1		
	1	
		43
	2	
		...
	...	
		...
	...	
		...
	...	
		...

b) Modifier cet algorithme afin qu'il affiche toutes les valeurs de  $j$  et de  $m$  telles que  $12j + 31m = 503$ .

c) Programmer cet algorithme sur votre calculatrice puis conclure.

2) Deuxième méthode :

a) Démontrer que  $7m$  et  $z$  sont congrus modulo 12.

b) Pour  $m$  variant de 1 à 12, donner le reste de la division euclidienne de  $7m$  par 12.

c) Retrouver alors la date de l'anniversaire du spectateur ayant obtenu le nombre 503.