

Thème : Quelques applications des congruences

Activité 6. Clé de contrôle du numéro INSEE

Pré requis : Opération et congruence.

Objectifs : Utiliser les congruences et leurs propriétés dans la résolution d'un problème concret.

Le numéro INSEE (Institut national des statistiques et des études économiques) d'un individu est constitué de 13 chiffres suivi d'une clé K de 2 chiffres.

On le retrouve sur les cartes vitales. Il comporte un certain nombre de renseignements :

- le 1^{er} chiffre : 1 pour un homme ; 2 pour une femme,
- les deux suivants : deux derniers chiffres de son année de naissance,
- les deux suivants : mois de naissance,
- les deux suivants : numéro du département de naissance,
- les trois suivants : numéro de sa commune de naissance,
- les trois derniers : numéro d'inscription sur le registre d'état civil.

On accole à ce numéro une clé de deux chiffres calculée à partir des 13 précédents.

On note A l'entier constitué des 13 chiffres du numéro INSEE.

La clé K est calculée de la façon suivante : $K = 97 - r$ où r est le reste de la division euclidienne de A par 97.

- 1) Donner la liste des valeurs possibles de la clé de contrôle K .
- 2) Voici la photocopie d'une carte vitale. On veut retrouver la clé de contrôle :



Certaines calculatrices proposent la fonction MOD qui permet de calculer le reste r dans la division euclidienne de A par 97. Mais ce calcul dépasse la capacité de la calculatrice pour un dividende de 13 chiffres.

- a) Ecrire A sous la forme $A = x \times 10^6 + y$ avec $0 \leq y < 10^6$.
- b) Montrer que $10^6 \equiv 27 \pmod{97}$. En déduire que $A \equiv 27x + y \pmod{97}$ puis que $r \equiv 27x + y \pmod{97}$.
- c) Déterminer la clé de contrôle de l'exemple donné.
- d) Déterminer la clé de votre propre numéro INSEE.