

Thème : Quelques applications des congruences

Corrigé de l'activité 6. Clé de contrôle du numéro INSEE

1) r est le reste de la division de A par 97. Donc :

$$0 \leq r \leq 96$$

$$-96 \leq -r \leq 0$$

$$97 - 96 \leq 97 - r \leq 97 - 0$$

$$1 \leq K \leq 97$$

K est un entier tel que $1 \leq K \leq 97$.

2) On a $A = 1\,73\,02\,50\,129\,033$.

a) Donc $A = x \times 10^6 + y$ avec $x = 1730250$ et $y = 129033$.

b) On a :

$$10^2 \equiv 3 \pmod{97}$$

Par compatibilité des congruences avec les puissances, on a :

$$(10^2)^3 \equiv 3^3 \pmod{97}$$

$$10^6 \equiv 27 \pmod{97}$$

On en déduit que, puisque $A = x \times 10^6 + y$:

$$A \equiv x \times 10^6 + y \pmod{97}$$

On peut remplacer 10^6 par 27 puisque les deux nombres sont congrus modulo 97 :

$$A \equiv 27x + y \pmod{97}$$

D'autre part $A = 97q + r$ avec $q \in \mathbb{Z}$. Donc $A \equiv r \pmod{97}$. D'où : $27x + y \equiv r \pmod{97}$.

c) Dans l'exemple : $x = 1730250$ et $y = 129033$, donc $r \equiv 27 \times 1730250 + 129033 \pmod{97}$

$$r \equiv 46\,845\,783 \pmod{97}$$

$$r \equiv 21 \pmod{97}$$

Donc la clé $K = 97 - r$

$$K = 97 - 21$$

$$K = 76$$

d) Pour déterminer la clé de son propre numéro INSEE :

- Ecrire les valeurs de x et y .
- Calculer $27x + y$.
- Chercher le reste r de la division de $27x + y$ par 97.
- Calculer la clé $K = 97 - r$.