Chapitre 4 : Intervalle et inéquations

[1 Intervalles de 2](#_Toc86777573)

[1.1 Rappel 2](#_Toc86777574)

[1.2 Intersection et réunion de deux intervalles 3](#_Toc86777575)

[2 Manipuler les inégalités 3](#_Toc86777576)

[2.1 Additionner et soustraire un nombre à une inégalité 3](#_Toc86777577)

[2.2 Multiplier et diviser une inégalité par un nombre 3](#_Toc86777578)

[2.3 Somme d'inégalités 4](#_Toc86777579)

[3 Résoudre des inéquations du premier degré 4](#_Toc86777580)

[3.1 Inéquations 4](#_Toc86777581)

[3.2 Méthode pour résoudre une inéquation 4](#_Toc86777582)

[3.3 Modéliser 4](#_Toc86777583)

[4 Valeur absolue d'un nombre réel 5](#_Toc86777584)

[4.1 Valeur absolue d'un réel et distance 5](#_Toc86777585)

[4.2 Valeur absolue de selon le signe de 5](#_Toc86777586)

[4.3 Écriture de la valeur absolue de avec une racine carrée 6](#_Toc86777587)

[4.4 La distance entre deux réels et 6](#_Toc86777588)

[4.5 Inéquation de la forme 7](#_Toc86777589)

Chapitre 4 : Intervalles et inéquations

# Intervalles de

## Rappel

L'ensemble des nombres réels compris entre inclus et inclus est appelé **intervalle** et se note . et sont les bornes de l'intervalle.

Une image contenant table

Description générée automatiquement

***Remarques***

* et se lisent "moins l'infini" et "plus l'infini". Ce ne sont pas des nombres. Le crochet est toujours vers l'extérieur en et en .
* L'ensemble des réels positifs est . Il se note .
* L'ensemble des réels négatifs est . Il se note .

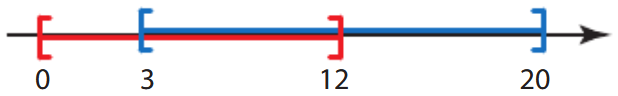
***Exemples***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Ensemble des réels tels que | Signification | Notation | Représentation |
|  | est compris entre inclus et inclus. |  |  |
|  | est inférieur ou égal à . |  |  |
|  | est strictement supérieur à . |  |  |
|  | est compris entre exclu et inclus. |  |  |

## Intersection et réunion de deux intervalles

* **L'intersection** de deux intervalles et est l'ensemble noté qui contient les nombres qui appartiennent à la fois à **et** à .

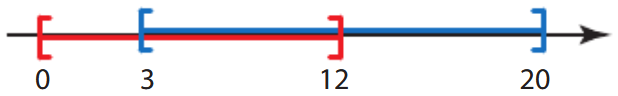
***Exemple :*** En prenant et , l'intersection de et de est l'intervalle .



L'intersection correspond à la partie de la droite coloriée en rouge et en bleu.

* **La réunion** de deux intervalles et est l'ensemble noté qui contient les nombres qui appartiennent à **ou** à (ou les deux).

***Exemple :*** En prenant et , la réunion de et de est l'intervalle .



La réunion correspond à la partie de la droite coloriée en rouge ou en bleu ou dans les deux couleurs.

# Manipuler les inégalités

## Additionner et soustraire un nombre à une inégalité

et sont des nombres réels.

Ajouter ou soustraire un même nombre aux deux membres conserve l'ordre de l'inégalité.

* Si alors
* Si alors

## Multiplier et diviser une inégalité par un nombre

Multiplier ou diviser par un même nombre **positif** les deux membres **conserve** l'ordre de l'inégalité.

* Si et si alors
* Si alors

Multiplier ou diviser par un même nombre **négatif** les deux membres d'une inégalité **change** l'ordre.

* Si et si alors
* Si alors

***Exemple :*** donc ; De façon générale si alors .

## Somme d'inégalités

et sont des nombres réels.

* Si et si alors

# Résoudre des inéquations du premier degré

## Inéquations

Une inéquation est une inégalité dans laquelle est présente une inconnue.

Résoudre l'inéquation, c'est chercher toutes les valeurs de l'inconnue telles que l'inégalité est vraie.

Une inéquation est du premier degré lorsque la plus forte puissance de l'inconnue est 1.

***Exemples***

et sont des inéquations du premier degré.

## Méthode pour résoudre une inéquation

On procède par équivalences en utilisant les règles d'addition, de soustraction, de multiplication et de division par un nombre.

***Exemple***

Résoudre dans l'inéquation

Les propositions suivantes sont équivalentes :

L'ensemble des solutions est .

## Modéliser

Modéliser un problème par une inéquation, c'est écrire une inéquation en lien avec les contraintes exposée par le problème.

***Exemple :*** L'inscription dans un club de kayak coûte 22 € et la location d'un kayak coûte par heure. Combien d'heures de kayak peut-on faire avec un budget de 120 € ?

*Réponse :* Soit le nombre d'heures. Il faut que .

# Valeur absolue d'un nombre réel

## Valeur absolue d'un réel et distance

La valeur absolue d'un nombre est sa valeur, sans considérer le signe.

Une valeur absolue est toujours positive.

La valeur absolue de se note entre deux barres verticales.

se lit "valeur absolue de ".

***Exemples***

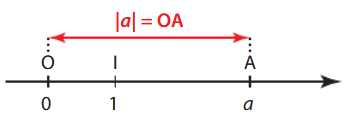
La valeur absolue de est égale à . On écrit

La valeur absolue de est égale à . On écrit

***Distance***

Sur une droite gradué munie d'une origine , on considère les points et d'abscisses et .

La valeur absolue de , notée est le nombre égal à la distance .



* Il y a deux positions qui correspondent à une valeur absolue égale à 3.

Une image contenant texte, horloge

Description générée automatiquement

## Valeur absolue de selon le signe de

* Si est un nombre positif alors sa valeur absolue est égale à lui-même. .

***Exemple***

Si alors

* Si est un nombre négatif alors sa valeur absolue est égale à son opposé. .

***Exemple***

Si alors ce qui donne

On remarque que si représente un nombre négatif alors  **est positif.**

## Écriture de la valeur absolue de avec une racine carrée

Pour tout nombre réel positif , .

Pour tout nombre réel négatif , .

***Exemples***

Si alors

On a bien

Si alors

On a bien

***Conclusion***

Ces règles sont exactement les mêmes que pour la valeur absolue

Pour tout nombre réel , on a .

## La distance entre deux réels et

Sur une droite gradué munie d'une origine , on considère les points et d'abscisses et .

La valeur absolue de , notée  **est le nombre égal à la distance** .

***Exemple***

Une image contenant texte, antenne

Description générée automatiquement

***Remarque***

Pour tous réels et on a**.**

## Inéquation de la forme

est un réel.

est un réel positif.

***Exemple***

Pour résoudre cette inéquation, on peut s'aider de l'interprétation de la valeur absolue d'une différence comme distance entre deux points.

Soit le point d'abscisse et le point d'abscisse

Une image contenant texte, horloge

Description générée automatiquement

Où peut être le point pour que sa distance au point soit inférieure ou égale à ?

*Réponse*

Toutes les valeurs de comprises ente inclus et inclus conviennent.

Donc l'ensemble des solutions est .

On retient :

équivaut à .

Dans ce cas est appelé centre de l'intervalle et rayon de l'intervalle.