Chapitre 7 : Pourcentages

[1 Pourcentage instantané 2](#_Toc92022082)

[1.1 Proportion d'éléments de *B* dans *A* 2](#_Toc92022083)

[1.2 Proportion de proportion 2](#_Toc92022084)

[2 Pourcentage d'évolution 3](#_Toc92022085)

[2.1 Variation absolue et taux d'évolution 3](#_Toc92022086)

[2.2 Lien entre coefficient multiplicateur et taux d'évolution 4](#_Toc92022087)

[2.3 Évolutions successives 5](#_Toc92022088)

[2.4 Évolution réciproque 6](#_Toc92022089)

Chapitre 7 : Pourcentages

# Pourcentage instantané

## Proportion d'éléments de *B* dans *A*

Soit un ensemble $A$ contenant $n\_{A}$ éléments. Soit un ensemble $B$ inclus dans $A$ contenant $n\_{B}$ éléments.

Alors **la proportion** de la population de $B$ dans la popiulation de $A$ est

$$p=\frac{n\_{B}}{n\_{A}}$$

***Remarque***

$p$ peut s'écrire sous forme de **fraction**, sous forme **décimale** ou sous forme de **pourcentage**.

***Exemple***

D’après l’INSEE, au 1er janvier 2019, la population française est de 66 992 699 habitants et la sous-population des Français de 15 à 19 ans est de 4 138 777 jeunes.

Calculer la proportion de jeunes français âgés de 15 à 19 ans dans la population française.

*Réponse*

L’ensemble $A$ est l’ensemble des Français et le nombre d’éléments dans $A$ est $n\_{A}=66 992 699$.

L’ensemble $B $est l’ensemble des jeunes français de 15 à 19 ans et $n\_{B}=4 138 777$.

La proportion de jeunes français âgés de 15 à 19 ans dans la population française est donc :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$p=\frac{4 138 777}{66 992 699}$$ | $$p≈0,0618$$ | $$p≈6,18 \%$$ |

## ms2_2019/83713-1Proportion de proportion

On considère trois ensembles $A$, $B$ et $C$ emboités tels que $C⊂B⊂A$.

Soit $p$ la proportion de la population de $B$ dans la population de $A$.

Soit $p'$ la proportion de la population de $C$ dans la population de $B$.

Alors la proportion de la population de $C$ dans la population de $A$ est

$$p×p'$$

***Exemple***

Un magazine contient une proportion $p=\frac{1}{2}$ de pages de publicités.

Parmi les pages de publicités il y a une proportion $p^{'}=25 \%$ de publicités de mode.

Calculer la proportion de pages de publicités de mode dans le magazine.

*Réponse*

L’ensemble $A$ est l’ensemble des pages du magazine.

L’ensemble $B $est l’ensemble des pages de publicités.

L’ensemble $C $est l’ensemble des pages de publicités de mode.

La proportion des pages de publicités de mode parmi toutes les pages du magazine est donc :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$p×p'=0,5×0,25$$ | $$p×p^{'}=0,125$$ | $$p×p^{'}=12,5\%$$ |

Conclusion : 12,5 % des pages du magazine sont des pages de publicités de mode.

# Pourcentage d'évolution

## Variation absolue et taux d'évolution

Une grandeur varie d'une valeur de départ $V\_{D}$ à une valeur d'arrivée $V\_{A}$.

* La **variation absolue** est :

$$V\_{A}-V\_{D}$$

* Le **taux d'évolution** est :

$$t=\frac{V\_{A}-V\_{D}}{V\_{D}}$$

***Remarque***

Le **taux d'évolution** est parfois appelé **taux de variation** ou **variation relative**.

C'est la proportion que représente la variation absolue *relativement à la valeur de départ*.

***Exemple***

D’après l’INSEE, la population d'une ville est passée en cinq ans de 55000 à 74250 habitants.

La variation absolue de population est :

$$74250-55000 =19250 habitants$$

La taux $t$ d'évolution de la population est :

$$t=\frac{74250-55000}{55000}$$

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$t=\frac{19 250}{55 000}$$ | $$t=0,35$$ | $$t=35 \%$$ |

La population a donc augmenté de $35 \%$.

***Remarque***

Dans cet exemple, on peut aussi considérer $c$ **le coefficient multiplicateur** qui permet de passer de $55 000$ à $74 250$

$$55 000×c=74250$$

$$c=\frac{74250}{55000}$$

$$c=1,35$$



## Lien entre coefficient multiplicateur et taux d'évolution

$$c=\frac{V\_{A}}{V\_{D}}$$

$$t=\frac{V\_{A}-V\_{D}}{V\_{D}}$$

$$t=\frac{V\_{A}}{V\_{D}}-\frac{V\_{D}}{V\_{D}}$$

$$t=\frac{V\_{A}}{V\_{D}}-1$$

$t=c-1$.

Dans l'exemple, on retrouve le taux d'évolution en calculant $t=c-1$. $t=1,35-1$.

* On retient :

Le coefficient multiplicateur est $c=1+t$ où $t$ est le taux d'évolution.



***Exemple 1***

Le nombre d'abonnés $V\_{D}$ d'un journal en ligne augmente de $30\%$. Par combien est-il multiplié ?

*Réponse*

Soit $c$ le coefficient multiplicateur.

Le taux d'évolution est $t=0,30$. Donc le coefficient multiplicateur est $c=1+0,30$

Le nombre d'abonnés est multiplié par $1,30$.

***Exemple 2***

Le nombre d'abonnés $V\_{D}$ d'un journal en ligne baisse de $10 \%$. Par combien est-il multiplié ?

*Réponse*

Soit $c$ le coefficient multiplicateur.

Le taux d'évolution est $t=-0,10$. Donc le coefficient multiplicateur est $c=1-0,10$

Le nombre d'abonnés est multiplié par $0,90$.

## Évolutions successives

Lorsqu'on a une évolution d'une valeur $V\_{1}$ à une valeur $V\_{2}$ suivie d'une autre évolution d'une valeur $V\_{2}$ à une valeur $V\_{3}$, le **taux d'évolution global** est le taux d'évolution entre $V\_{1}$ et $V\_{3}$.

Son coefficient multiplicateur est appelé **coefficient multiplicateur global** et est égal à $c×c'$



***Exemple***

Le nombre d'abonnés $V\_{1}$ d'un journal en ligne augmente de 30 % pour atteindre $V\_{2}$ puis baisse de $10 \%$ pour atteindre $V\_{3}$.

1. Par combien est-il multiplié ?
2. Calculer le taux d'évolution global.

*Réponse*

1. Le premier coefficient multiplicateur est $c=1+0,30=1,30$. Le deuxième coefficient multiplicateur est $c^{'}=1-0,10=0,90$.

Le coefficient multiplicateur global est $c×c^{'}=1,30×0,90=1,17$

Le nombre d'abonnés est multiplié globalement par $c\_{global}=1,17$.

1. $t\_{global}=c\_{global}-1.$

$$t\_{global}=1,17-1=0,17.$$

Le taux d'évolution global est de $17 \%$.

***Remarque***

Le taux d'évolution global **n'est pas** la somme des deux taux d'évolution (+30% et -10%).





## Évolution réciproque

Lorsqu'on a une évolution d'une valeur $V\_{D}$ à une valeur $V\_{A}$, **le taux réciproque** est le taux permettant de revenir de $V\_{A}$ à $V\_{D}$.

Son coefficient multiplicateur, appelé **coefficient multiplicateur réciproque**, est égal à :

$$\frac{1}{c}$$

***Exemple***

Un prix $V\_{D}$ augmente de $25 \%$ et atteint la valeur $V\_{A}$.

1. Calculer le coefficient multiplicateur réciproque.
2. Calculer le taux d'évolution réciproque.

*Réponse*

1. Le coefficient multiplicateur "direct" est $c=1+0,25=1,25$.

Donc le coefficient multiplicateur réciproque est

$$\frac{1}{c}=\frac{1}{1,25}=0,80$$

1. Pour calculer le taux d'évolution réciproque, on utilise la formule :

$$coefficient multiplicateur réciproque =1+taux d^{'}évolution réciproque$$

Donc :

$$0,80 =1+taux d^{'}évolution réciproque$$

$$0,80-1 =taux d^{'}évolution réciproque$$

$$taux d^{'}évolution réciproque = -0,20$$

Le taux d'évolution réciproque est de $-20 \%.$

Autrement dit, il faut baisser de $20 \%$ le prix d'arrivée $V\_{A}$ pour retrouver le prix de départ $V\_{D}$.

***Remarque***

Le taux d'évolution réciproque **n'est pas** l'opposé du taux d'évolution "direct" (l'opposé de + 25%).

