Chapitre 11

FONCTION EXPONENTIELLE

I - La fonction exponentielle

1°) Théorème sur l'unicité de la solution à l'équation différentielle $y' = y$ telle que $f(0) = 1$

n°1 p 192

1 Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer l'expression de sa fonction dérivée sur le domaine indiqué.

1. $f(x) = 3\exp(x) - 2x + 1$ sur $D_f = \mathbb{R}$.
2. $g(x) = (2x^2 + 1)\exp(x)$ sur $D_g = \mathbb{R}$.
3. $h(x) = \dfrac{2 + \exp(x)}{6 + 2x}$ sur $D_h = \mathbb{R}\backslash\{-3\}$.

Pour tout $x \in \mathbb{R}$

$(\exp)'(x) = \exp(x)$

1\. Pour tout $x \in \mathbb{R}$

$f'(x) = 3\exp(x) - 2$

2\. $g = uv$

$g' = u'v + uv'$

pour tout $x \in \mathbb{R}$ $\quad u(x) = 2x^2 + 1 \quad v(x) = \exp(x)$

$u'(x) = 4x \quad v'(x) = \exp(x)$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$

$g'(x) = 4x \times \exp(x) + (2x^2+1) \times \exp(x)$

$g'(x) = 4x\,\exp(x) + (2x^2+1)\exp(x)$

$g'(x) = \exp(x) \times [4x + (2x^2+1)]$

$g'(x) = (2x^2 + 4x + 1) \times \exp(x)$

3. $h = \frac{u}{v}$

$h' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Pour tout $x \neq -3$ $\quad u(x) = 2 + \exp(x)$

$u'(x) = \exp(x)$

$v(x) = 6 + 2x$

$v'(x) = 2$

Pour tout $x \neq -3$

$$h'(x) = \frac{\exp(x) \times (6+2x) - [2+\exp(x)] \times 2}{(6+2x)^2}$$

$$h'(x) = \frac{6\exp(x) + 2x\exp(x) - 4 - 2\exp(x)}{(6+2x)^2}$$

$$h'(x) = \frac{2x\exp x + 4\exp(x) - 4}{(6+2x)^2}$$

$$h'(x) = \frac{\exp(x) \times (2x+4) - 4}{(6+2x)^2}$$

2°) Relation fonctionnelle de la fonction exponentielle

3°) Positivité de la fonction exponentielle

4°) Sens de variation de la fonction exponentielle