

1.

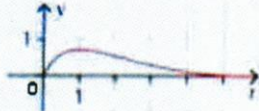
**3 Taux d'alcoolémie**



On s'intéresse dans cet exercice à l'évolution du taux d'alcool dans le sang d'un individu après ingestion d'une boisson alcoolisée. Ce taux est donné en  $g \cdot L^{-1}$ . Une étude sur un jeune homme de 64 kg ayant ingéré une dose de 33 g d'alcool a permis d'établir que le taux d'alcool dans son sang, en fonction du temps  $t$  en heure, est donné par la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[0,025; +\infty[$  par :

$$f(t) = (2t - 0,05)e^{-t}$$

La représentation graphique de cette fonction dans un repère orthonormé est fournie ci-dessous.



1. Avec la précision permise par le graphique, déterminer combien de temps après l'ingestion le taux d'alcool passe au-dessous du seuil de  $0,25 g \cdot L^{-1}$ .

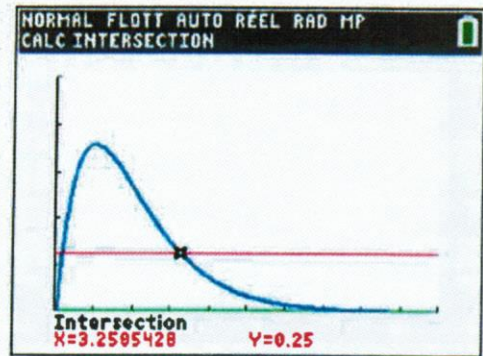
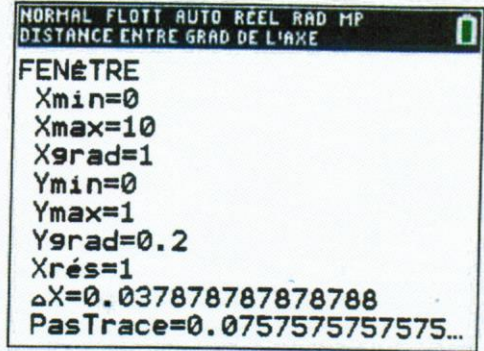
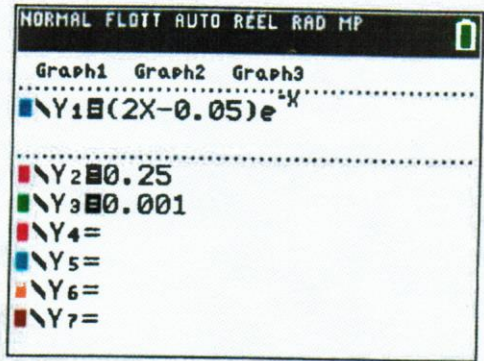
2. Un taux d'alcool dans le sang inférieur à  $0,001 g \cdot L^{-1}$  est considéré comme négligeable.

À partir de combien de temps le taux d'alcool dans le sang du jeune homme est-il négligeable ? On peut utiliser une calculatrice.

3. On désigne par  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$ . Démontrer que, pour tout réel  $t$  de l'intervalle  $[0,025; +\infty[$ , on a :

$$f'(t) = (2,05 - 2t)e^{-t}$$

4. Étudier le signe de  $f'(t)$  sur l'intervalle  $[0,025; +\infty[$  et en déduire la valeur exacte puis une valeur approchée au centième du taux maximum d'alcool dans le sang de ce jeune homme.



On trace la droite d'équation  $y = 0,25$ .

on résout l'inéquation :

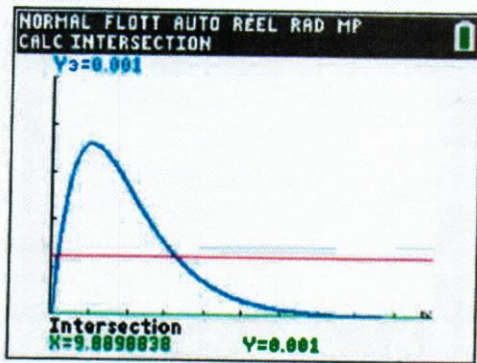
$$f(t) \leq 0,25 \text{ avec } t > 1$$

Les solutions sont les abscisses de la courbe  $\mathcal{C}_f$  d'ordonnée inférieure à 0,25.

$$S = [3,25; +\infty[$$

Le taux d'alcool passe en-dessous du seuil de  $0,25 g \cdot L^{-1}$  au bout de 3,25 h environ soit 3h15 min

2.



X	Y1	Y2	Y3
9	0.0022	0.25	0.001
9.1	0.002	0.25	0.001
9.2	0.0019	0.25	0.001
9.3	0.0017	0.25	0.001
9.4	0.0016	0.25	0.001
9.5	0.0014	0.25	0.001
9.6	0.0013	0.25	0.001
9.7	0.0012	0.25	0.001
9.8	0.0011	0.25	0.001
9.9	9.9E-4	0.25	0.001
10	9.1E-4	0.25	0.001

X=9

on peut utiliser la courbe de la fonction  $f$ ,  
ou la table de valeurs de  $f$ .

Le taux d'alcool devient inférieur à  $0,001 \text{ g L}^{-1}$   
au bout de 9,9 heures soit 9h 54 min

Et faut quasiment 10 heures pour que le  
taux d'alcool devienne négligeable

3.  $f$  est dérivable sur  $[0,025; +\infty[$  comme  
produit de fonctions dérivables sur cet intervalle.

$$f = uv$$

Pour tout  $t \geq 0,025$

$$f' = u'v + uv'$$

$$u(t) = 2t - 0,05$$

$$u'(t) = 2$$

$$v(t) = e^{-t}$$

$$v'(t) = -e^{-t}$$

$$\triangle (e^{at})' = ae^{at}$$

Pour tout  $t \geq 0,025$

$$f'(t) = \underline{2e^{-t}} + (2t - 0,05) \times \underline{-e^{-t}}$$

$$f'(t) = \underline{e^{-t}} [2 + (2t - 0,05) \times (-1)]$$

$$f'(t) = e^{-t} (2 - 2t + 0,05)$$

$$\underline{f'(t) = e^{-t} (2,05 - 2t)}$$

4.

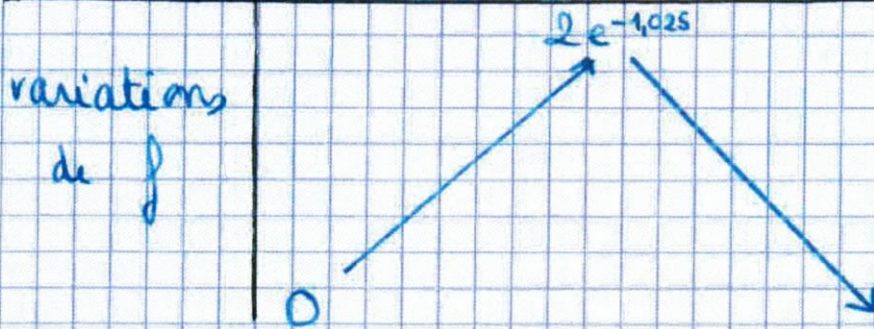
$t$	0,025	1,025	$+\infty$
$e^{-t}$	+	0	+
$2,05 - 2t$	+	0	-
$f'(t)$	+	0	-

$$2,05 - 2t = 0$$

$$\frac{2t}{2} = \frac{2,05}{2}$$

$$t = \frac{2,05}{2} = 1,025$$

$$a = -2 < 0$$



$$f(1,025) = (2 \times 1,025 - 0,05)e^{-1,025}$$

$$f(1,025) = 2e^{-1,025}$$

$$f(1,025) \approx 0,72$$

$$f(0,025) = 0$$

le taux maximal d'alcool dans le sang est atteint au bout de  $t = 1,025$  h

et est alors égal à  $f(1,025) = 2e^{-1,025} \text{ g.L}^{-1}$   
 soit environ  $0,72 \text{ g.L}^{-1}$ .