Exercice 1

$A(x) = x^2 + 2x + 1$

- Recherche de la forme canonique

$\alpha = -\frac{b}{2a}$ $\quad \alpha = \frac{-2}{2(1)}$ $\quad \alpha = -1$

$\beta = A(-1)$ $\quad \beta = (-1)^2 + 2(-1) + 1$ $\quad \beta = 1 - 2 + 1$ $\quad \beta = 0$

$A(x) = 1(x - (-1))^2 + 0$ $\quad \underline{A(x) = (x+1)^2}$

- Forme factorisée. Il faut chercher les racines

$\Delta = (2)^2 - 4(1)(1)$
$\Delta = 4 - 4$
$\Delta = 0$ donc il y a une racine double $x_0 = \frac{-b}{2a} = -1$
et la forme factorisée est $A(x) = a(x - x_0)^2$
$A(x) = 1(x - (-1))^2$
$\underline{A(x) = (x+1)^2}$

$B(x) = 9\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + 2$

- Recherche de la forme développée

$B(x) = 9\left(x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}\right) + 2$ $\quad B(x) = 9x^2 - 6x + 1 + 2$
$\underline{B(x) = 9x^2 - 6x + 3}$

- Forme factorisée. Il faut chercher les racines

$\Delta = (-6)^2 - 4(9)(3)$
$\Delta = 36 - 108$
$\Delta = -72$ $\quad \Delta < 0$ $\quad$ donc il n'y a pas de racine
donc <u>il n'y a pas de forme factorisée.</u>

$C(x) = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 1)$

- Recherche de la forme développée

$C(x) = 3\left(x^2 + x - \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}\right)$

$C(x) = 3\left(x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{3}\right)$ $\quad \underline{C(x) = 3x^2 + 2x - 1}$

- Forme canonique : $\alpha = -\frac{b}{2a}$ $\quad \alpha = \frac{-2}{2(3)}$ $\quad \alpha = -\frac{1}{3}$

$\beta = C\left(-\frac{1}{3}\right)$ $\quad \beta = 3\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 2\left(-\frac{1}{3}\right) - 1$ $\quad \beta = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} - \frac{3}{3}$ $\quad \beta = -\frac{4}{3}$

Donc la forme canonique est $C(x) = 3\left(x - \left(-\frac{1}{3}\right)\right)^2 - \frac{4}{3}$

$\underline{C(x) = 3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{4}{3}}$

Exercice 2

1) $x^2+x+2>0$

On cherche le signe de x^2+x+2

Pour cela il faut calculer les racines.

$\Delta=(1)^2-4(1)(2)$

$\Delta=1-8$

$\Delta=-7$ $\quad \Delta<0$ donc il n'y a pas de racine

x^2+x+2 est donc toujours du signe de $a=1$ c'est à dire positif. Donc $\mathcal{S}=\mathbb{R}$ Réponse D

2) $5x^2-4x-1<0$

On cherche le signe de $5x^2-4x-1$

$\Delta=(-4)^2-4(5)(-1)$

$\Delta=16+20$

$\Delta=36$ $\quad \Delta>0$ donc il y a deux racines

$x_1=\dfrac{-(-4)-\sqrt{36}}{2(5)}$ et $x_2=\dfrac{-(-4)+\sqrt{36}}{2(5)}$

$x_1=\dfrac{4-6}{10}$ et $x_2=\dfrac{4+6}{10}$

$x_1=-\dfrac{1}{5}$ et $x_2=1$

x	$-\infty$		$-1/5$		1		$+\infty$
signe de $5x^2-4x-1$		+	0	−	0	+	

donc $\mathcal{S}=\left]-\frac{1}{5};1\right[$

Réponse A

3) $f(x)=x^2-2x-5$ $\quad \Delta=(-2)^2-4(1)(-5)$

$\Delta=4+20$

$\Delta=24$

$\Delta=4\times6$ $\quad \Delta>0$ donc il y a deux racines

$x_1=\dfrac{-(-2)-\sqrt{4\times6}}{2(1)}$ et $x_2=\dfrac{-(-2)+\sqrt{4\times6}}{2(1)}$

$x_1=\dfrac{2-2\sqrt{6}}{2}$ et $x_2=\dfrac{2+2\sqrt{6}}{2}$

$x_1=1-\sqrt{6}$ et $x_2=1+\sqrt{6}$ Réponse A

4) $f(x)=-3x^2+7x-2$ On calcule $\alpha=-\dfrac{7}{2(-3)}=\dfrac{7}{6}$

$\beta=f(\alpha)$ A la calculatrice $\beta=\dfrac{25}{12}$ Réponse B

5) La parabole coupe l'axe (Ox) en deux points donc il y a deux racines distinctes. On en déduit que $\Delta>0$

De plus la parabole est tournée vers le bas. Donc $a<0$

Enfin la parabole coupe l'axe (Oy) en un point d'ordonnée $c>0$

On a c et Δ du même signe Réponse B

6) Le sommet est $S(-2;3)$ donc $\alpha=-2$ et $\beta=3$
Donc la forme canonique de f est

$$f(x) = a(x-(-2))^2+3$$
$$f(x) = a(x+2)^2+3$$

De plus, $f(0)=-1$ donc

$$a(0+2)^2+3=-1$$
$$a(2)^2+3=-1$$
$$4a=-1-3$$
$$4a=-4$$
$$a=-1$$

D'où $f(x) = -(x+2)^2+3$

Réponse B

7) . La parabole coupe l'axe (Ox) en deux points donc $\Delta>0$
. la parabole est tournée vers le bas donc $a<0$

Réponse C

8) Pour avoir le signe de $f(x)=x^2+2x+5$, il faut chercher les racines.

$$\Delta = (2)^2-4(1)(5)$$
$$\Delta = 4-20$$
$$\Delta = -16$$

$\Delta<0$ donc il n'y a pas de racine.
$f(x)$ est toujours du signe de $a=1$ c'est à dire positif.

Proposition C

Exercice 3 Les fusées de feu d'artifice.

1) La hauteur de la plateforme est $f(0) = -0,25(0^2) + 7,75(0) + 8$
$f(0) = 8$

La plateforme est à 8m.

2) La hauteur maximale atteinte est $\beta = f(\alpha)$ avec
$\alpha = \frac{-7,75}{2(-0,25)} = 15,5$

$f(15,5) = \beta = 68,0625$

La hauteur atteinte maximale est 68 m environ

3) a) $(t+1)(-0,25t+8) = -0,25t^2 + 8t - 0,25t + 8$
$(t+1)(-0,25t+8) = -0,25t^2 + 7,75t + 8$
On retrouve l'expression de $f(t)$ donnée dans l'énoncé.

b) La fusée non explosée atteint le sol à l'instant t tel que $f(t) = 0$
On résout cette équation.

$(t+1)(-0,25t+8) = 0$
$t+1 = 0$ ou $-0,25t + 8 = 0$
$t = -1$ ou $8 = 0,25t$
$32 = t$

Avec la condition $t \in [0; 32]$, il n'y a qu'une solution : $t = 32$.
Conclusion : la fusée non explosée atteint le sol 32 dixièmes de secondes

Exercice 3 (2e énoncé)

Le rectangle a pour aire $\mathcal{A}_r = (x-1)(x+3)$
$\mathcal{A}_r = x^2+3x-x-3$
$\mathcal{A}_r = x^2+2x-3$

Le carré a pour aire $\mathcal{A}_c = x^2$

Le double de l'aire du carré est $2x^2$
peut-il être égal à l'aire du rectangle x^2+2x-3

Pour le savoir, il faut résoudre sur $[0;+\infty[$ l'équation
$$2x^2 = x^2+2x-3$$
$$2x^2-x^2-2x+3=0$$
$$x^2-2x+3=0$$

$\Delta = (-2)^2-4(1)(3)$
$\Delta = 4-12$
$\Delta = -8$
$\Delta < 0$ donc il n'y a pas de solution.

Donc il n'est pas possible de trouver une valeur de x telle que l'aire du rectangle soit le double de celle du carré.