20P DS2

1) $\mathcal{C}_g$ a pour équation $y = g(x)$ avec $g(x) = 2x^2 + 5x - 4$
La tangente T à la courbe $\mathcal{C}_g$ au point d'abscisse $x = 2$
a pour équation $y = g(2) + g'(2)(x-2)$

$g(x) = 2x^2 + 5x - 4$ donc $g(2) = 2(2)^2 + 5(2) - 4$ $g(2) = 14$
$g'(x) = 4x + 5$ donc $g'(2) = 4(2) + 5$ $g'(2) = 13$
T a pour équation $y = 14 + 13(x-2)$ $\underline{y = 13x - 12}$ $\underline{D}$

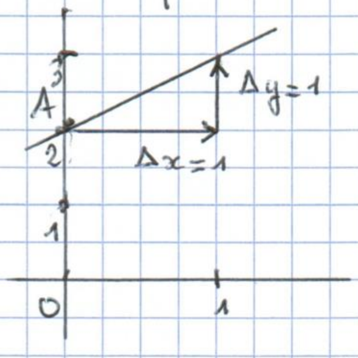
2) La tangente sur le graphique passe par les points $A(2;2)$ et $B(5;4)$. Donc son coefficient directeur est $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$
$m = \dfrac{(4)-(2)}{(5)-(2)}$ $m = \dfrac{2}{3}$

$y = \frac{2}{3}x + p$ Pour calculer l'ordonnée à l'origine p, on remplace x et y par les coordonnées d'un point de la droite. Ici $A(2;2)$ est sur la tangente:
$2 = \frac{2}{3}(2) + p$ $2 = \frac{4}{3} + p$ $2 - \frac{4}{3} = p$ $\frac{6}{3} - \frac{4}{3} = p$

donc la tangente a pour équation $y = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$

- Parmi les réponses proposées, on regarde celles qui sont du type $y = f(2) + f'(2)(x-2)$ ce qui élimine la C
- Ensuite, on sait que le coefficient directeur $f'(2) = m = \frac{2}{3}$ ce qui élimine la D
- Enfin, si on fait $x = 0$ alors on obtient $y = \frac{2}{3} = p$
  Réponse A : $y = \frac{2}{3}(0-2) + 2 = -\frac{2}{3}\times 2 + 2 = \frac{2}{3}$. Correct donc $\underline{A}$

3) $f'(0)$ est le coefficient directeur de la tangente au point de contact d'abscisse 0. Par lecture graphique, on voit que $m = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{1}{1} = 1$. Donc $f'(0) = 1$ $\underline{C}$

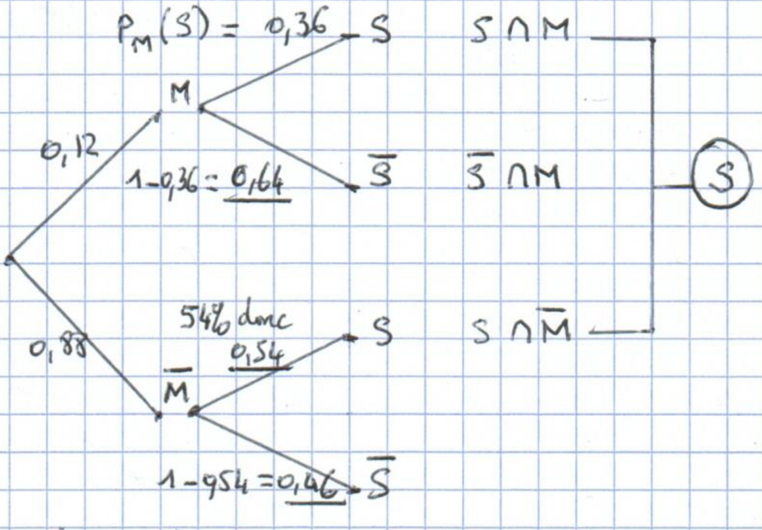



4) L'équation de la tangente à $\mathcal{C}_g$ au point de contact d'abscisse 1 est $y = g(1) + g'(1)(x-1)$ $\underline{B}$

5) $f(x) = -0,5(x+2)^2 + 4,5$ La forme canonique est $a(x-x_S)^2 + y_S$
Le sommet $S(-2; 4,5)$ $a = -0,5$ $a < 0$.
L'extremum est un maximum.
Les réponses A, B et D sont contradictoires avec cela donc on peut dire, par élimination, que la réponse correcte est $\underline{C}$
Remarque:
On peut vérifier en calculant les racines de $-0,5(x+2)^2 + 4,5$
$f(x) = -0,5(x^2 + 4x + 4) + 4,5$
$f(x) = -0,5x^2 - 2x - 2 + 4,5$
$f(x) = -0,5x^2 - 2x + 2,5$ $\Delta = (-2)^2 - 4(-0,5)(2,5) = 9$
$\Delta > 0$ donc deux racines : $x_1 = -5$ et $x_2 = 1$. Le tableau de signes correspond

Exercice 2

1)




2) a) On cherche $P(S \cap M)$

- $P(S \cap M) = P(M) \times P_M(S)$ $\quad P(S \cap M) = 0,12 \times 0,36 = \underline{0,043}$

b) M et $\bar{M}$ forment une partition de l'univers. Donc selon la formule des probabilités totales $P(S) = P(S \cap M) + P(S \cap \bar{M})$

$P(S) = 0,12 \times 0,36 + 0,88 \times 0,54$

$P(S) = \underline{0,5184}$

3) On cherche $P_{\bar{S}}(M)$ "probabilité de M sachant $\bar{S}$"

On sait que $P_{\bar{S}}(M) = \dfrac{P(\bar{S} \cap M)}{P(\bar{S})}$

On calcule $P(\bar{S} \cap M)$ et $P(\bar{S})$ : • $P(\bar{S} \cap M) = 0,12 \times 0,64$

$P(\bar{S} \cap M) = 0,0768$

- $P(\bar{S}) = 1 - P(S)$

$P(\bar{S}) = 1 - 0,5184 = 0,4816$ $\quad$ d'où $P_{\bar{S}}(M) = \dfrac{0,0768}{0,4816} = \underline{0,159}$

4) Il faut comparer $P_S(M)$ avec $P_{\bar{S}}(M)$.

- Calcul de $P_S(M)$ :

$P_S(M) = \dfrac{P(S \cap M)}{P(S)}$ $\quad P_S(M) = \dfrac{0,12 \times 0,36}{0,5184} = \underline{0,083}$

On a approximativement $P_{\bar{S}}(M) = 2 \times P_S(M)$

L'annonce du journaliste est pertinente.

Exercice 3

1) Si l'artisan vend $x$ kilogrammes de confiture et que chaque kilogramme est vendu 14 € alors il reçoit la recette $\underline{R = 14x}$ (en €)

2) a) $B(x) = -0{,}1x^2 + 13{,}3x - 100$

$\Delta = (13{,}3)^2 - 4(-0{,}1)(-100)$

$\Delta = 136{,}89$ $\quad \Delta > 0$ donc il y a deux racines

$x_1 = \dfrac{-13{,}3 - \sqrt{136{,}89}}{2(-0{,}1)}$ et $x_2 = \dfrac{-13{,}3 + \sqrt{136{,}89}}{2(-0{,}1)}$

$x_1 = 125$ $\quad x_2 = 8$

| $x$ | 0 | | 8 | | 125 | | 160 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| signe de $B(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | |

b) L'artisan doit vendre une quantité $x \in [8 ; 125]$

3) a) $B(x)$ est un polynôme du second degré et présente un extremum pour $x_s = \dfrac{-b}{2a}$

$x_s = \dfrac{-13{,}3}{2(-0{,}1)}$ $\quad x_s = 66{,}5$ $\quad a < 0$ donc l'extremum est un maximum.

| $x$ | 0 | | 66,5 | | 160 |
|---|---|---|---|---|---|
| variations de $B(x)$ | $-100$ | $\nearrow$ | 342,225 | $\searrow$ | $-532$ |

b) Il faut vendre $\underline{66{,}5 \text{ kg}}$.
Le bénéfice est alors de $\underline{342{,}23 \text{ €}}$

Exercice 4

Partie A 1) Graphiquement, l'instant où on introduit les coccinelles est $t=0$. Le point $A(0;2,1)$ donc il y a 2,1 milliers soit 2100 pucerons.

- L'ordonnée du sommet S est 5 donc le nombre maximal de pucerons est 5000 pucerons.

2) A l'instant $t=0$, le nombre dérivé $f'(0)$ est égal au coefficient directeur de la tangente $(AB)$ soit

$m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ $m = \dfrac{4,3-2,1}{2-0}$ $m = 1,1$ milliers/jour

Partie B

1) $f(t) = 0,003\,t^3 - 0,12\,t^2 + 1,1\,t + 2,1$

$f'(t) = 0,003 \times 3t^2 - 0,12 \times 2t + 1,1$

$f'(t) = 0,009\,t^2 - 0,24\,t + 1,1$

donc $f'(0) = 1,1$

2) oui puisque le coefficient directeur de la tangente est égal au nombre dérivé $f'(0)$.