DS n°4

Exercice 1

1) a)

Année	n	u_n (milliers de spectateurs)
2018	0	$u_0 = 180$
2019	1	$u_1 = 180 + \frac{4}{100}(180)$ $u_1 = 180\left(1 + \frac{4}{100}\right)$

Le nombre de spectateur a augmenté de 4% donc il a été multiplié par 1,04

$u_1 = 180 \times 1,04$ $\quad u_1 = 187,2$ soit 187,2 milliers ou <u>187200 spectateurs</u>

b) Si u_n est le nombre de spectateurs l'année n alors $u_{n+1} = u_n \times 1,04$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

Donc la suite (u_n) est géométrique de premier terme $u_0 = 180$, de raison $q = 1,04$

c) On a $u_n = u_0 \times q^n$ donc $\underline{u_n = 180 \times 1,04^n}$ quel que soit $n \in \mathbb{N}$

2) a) Puisque chaque année le nombre de spectateurs du cinéma de centre-ville baisse de 10000 on a :

$V_{n+1} = V_n - 10000$

La suite (V_n) est <u>arithmétique</u> de premier terme $V_0 = 260$, de raison $r = -10$

b) L'algorithme renvoie la première valeur de n telle que $u \geq v$

On peut obtenir cette valeur par deux méthodes.

<u>1ère méthode :</u> On programme les deux suites. $u(n+1) = u(n) * 1.04$
$u(0) = 180$

$V(n+1) = V(n) - 10$
$V(0) = 260$

On fait la table :

n	u	v
0	180	260
1	187,2	250
2	194,69	240
3	202,48	230
4	210,57	220
→ 5	219	210

pour $\underline{n = 5}$, $u \geq v$

<u>2e méthode :</u> Programmer l'algorithme Python et l'exécuter. D'où $\underline{n = 5}$

Interprétation : <u>Au bout de 5 ans (en 2023) le complexe a plus de spectateurs</u>

Exercice 2

1) On lit sur le graphique que le minimum (ordonnée du point le plus bas) est -25

On lit que le maximum (ordonnée du point le plus haut) est 7.

2) $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$

3) $3x^2 + 6x - 9$ est un polynôme du second degré.
Son signe dépend de ses racines.

$\Delta = 6^2 - 4(3)(-9)$

$\Delta = 144$

$\Delta > 0$ donc il y a deux racines $x_1 = \dfrac{-6 - \sqrt{144}}{2(3)}$

et $x_2 = \dfrac{-6 + \sqrt{144}}{2(3)}$

$x_1 = \dfrac{-6 - 12}{6} = \dfrac{-18}{6} = -3$

$x_2 = \dfrac{-6 + 12}{6} = \dfrac{6}{6} = 1$

$a = 3$

$a > 0$ donc le polynôme $3x^2 + 6x - 9$ est du signe de a c'est à dire positif à l'extérieur des racines et du signe contraire à l'intérieur.

x	-4		-3		1		3
signe de $3x^2+6x-9$		$+$	0	$-$	0	$+$	

4) On remarque que $3x^2 + 6x - 9 = f'(x)$. Donc on reprend le tableau de signes de la question 3) et on le prolonge pour avoir le sens de variation de la fonction f

x	-4		-3		1		3
signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
variations de f	0	$\nearrow$	7	$\searrow$	-25	$\nearrow$	7

On programme sur la calculatrice $Y_1 = X^3 + 3X^2 - 9X - 20$
Avec $\boxed{\text{var}}$ VARY Fonction... Y_1 on calcule les extrema :
$Y_1(-4)$ donne 0 $\quad Y_1(-3)$ donne 7 $\quad Y_1(1)$ donne -25 $\quad Y_1(3)$ donne 7

On retrouve les résultats :
- le minimum est -25
- le maximum est 7

5) Equation de la tangente t au point d'abscisse 0

$$y = f'(0)(x - 0) + f(0)$$

Ici $f(0) = (0)^3 + 3(0)^2 - 9(0) - 20 = -20$

$f'(0) = 3(0)^2 + 6(0) - 9 = -9$

donc $y = -9(x - 0) - 20$

$\underline{y = -9x - 20}$