Chapitre 6

Variations et courbes représentatives des fonctions

# Lien entre sens de variation de et signe de

## Théorème sur le sens de variation d’une fonction

Soit une fonction dérivable sur un intervalle .

#### Propriété

* **Pour tout**  équivaut à  **est strictement croissante sur** .
* **Pour tout**  équivaut à  **est strictement décroissante sur** .

## 

## Caractérisation des fonctions constantes

#### Propriété

* **Pour tout**  équivaut à  **est constante sur** .

# Extrema d’une fonction

## Définitions

est une fonction définie sur un intervalle et et des points de distincts de ses extrémités.

|  |  |
| --- | --- |
| admet un **maximum** sur , atteint en signifie que :  pour tout de ,  admet un **minimum** sur , atteint en signifie que :  pour tout de , |  |

Dire que la fonction admet un **maximum local en**  signifie que, pour tout d’un intervalle ouvert contenant et inclus dans : .

Dire que la fonction admet un **minimum local en**  signifie que, pour tout d’un intervalle ouvert contenant et inclus dans  : .

On dit que admet un **extremum local** sur si admet un minimum local ou un maximum local sur .

## Extremum local et nombre dérivé

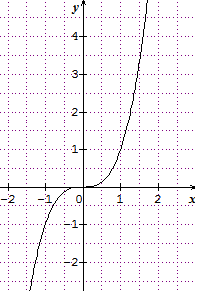
#### Propriété

Soit une fonction dérivable sur un intervalle ouvert et appartenant à .

Si s’annule en changeant de signe en alors admet un extremum local en .

#### Exemple

La fonction a une dérivée qui s’annule en en changeant de signe puisque . Donc admet un extremum local en .



#### Contre-exemple

La fonction a une dérivée qui s’annule en mais qui ne change pas de signe puisque . Donc n’admet pas d’extremum local en . (Cependant la courbe de la fonction cube a une tangente horizontale au point d’abscisse car )

#### Propriété

Soit une fonction dérivable sur un intervalle ouvert et appartenant à .

Si admet un extremum local en , alors : et la tangente à la courbe représentative de au point d’abscisse est parallèle à l’axe des abscisses.

## Extremum d’une fonction polynôme du second degré

#### Propriété

Soit la fonction polynôme du second degré définie sur par : , avec .

La fonction admet un extremum en

# Applications de la dérivation

## Etudier les variations d’une fonction et déterminer ses extrema

#### Exemple 1

Soit la fonction définie sur ℝ par :

1. Etudier les variations de et dresser le tableau de variation.
2. Dans repère, représenter graphiquement la fonction .

#### Exemple 2

La fonction *f* définie sur ℝ par : admet-elle un extremum sur ℝ ?

## Résoudre un problème d’optimisation

#### Exemple

Parmi tous les rectangles de périmètre égal à , déterminer ceux dont l’aire est la plus grande possible.

## Exploiter les variations d’une fonction pour établir une inégalité

#### Exemple

Soit définie sur par : .

1. Calculer . Dresser le tableau de variation de .
2. Montrer que pour tout ,

## Etudier la position relative de deux courbes représentatives

#### Méthode

Etudier la position de la courbe par rapport à la courbe revient à étudier le signe de différence .

* Si, pour tout ,

Alors la courbe est au-dessus de la courbe .

* Si, pour tout ,

Alors la courbe est en-dessous de la courbe .

#### Exemple

Soit *f* et *g* deux fonctions définies sur par :

Etudier la position relative des courbes représentatives et .

## Etudier une fonction polynôme du second degré

#### Exemple

Soit la fonction *f* définie sur  par : .

1. Calculer la fonction dérivée de .
2. Déterminer le signe de en fonction de .
3. Dresser le tableau de variations de .