

# Chapitre 13 : Fonctions sinus et cosinus

---

## 1 Table des matières

1	Parité d'une fonction .....	2
1.1	Fonction paire .....	2
1.2	Fonction impaire .....	2
2	Fonctions cosinus et sinus.....	3
2.1	Rappel : dérivée des fonctions cosinus et sinus.....	3
2.2	Propriétés des fonctions sinus et cosinus.....	3
2.2.1	Parité.....	3
2.2.2	Périodicité .....	3
2.2.3	Représentation graphique des fonctions cosinus et sinus.....	3
2.3	Courbe de la fonction cosinus.....	4
2.4	Courbe de la fonction sinus .....	5

# Chapitre 13 : Fonctions sinus et cosinus

## 1 Parité d'une fonction

### 1.1 Fonction paire

**Définition :** Une fonction  $f$  est **paire** lorsque, pour tout réel  $x$  de son ensemble de définition  $D$ ,  
 $-x$  appartient à  $D$  et  $f(-x) = f(x)$ .

#### Traduction géométrique

Dans un repère orthogonal, la courbe représentative d'une **fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées**.

#### Exemple

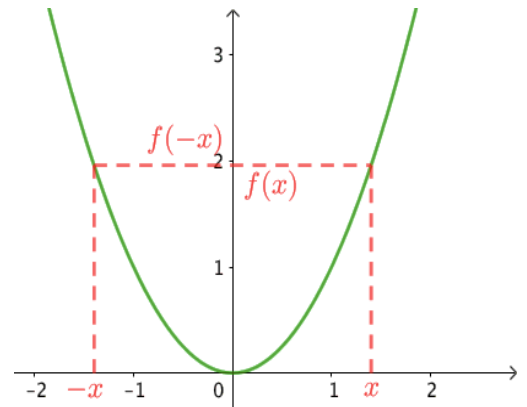
La fonction carré (représentée ci-contre) est une fonction paire.

En effet :

$$\text{Si : } f(x) = x^2, \text{ on a : } f(-x) = (-x)^2 = x^2$$

$$\text{Donc : } f(-x) = f(x).$$

Lorsqu'on trace la fonction carré, on constate que sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.



### 1.2 Fonction impaire

**Définition :** Une fonction  $f$  est **impaire** lorsque, pour tout réel  $x$  de son ensemble de définition  $D$ ,  
 $-x$  appartient à  $D$  et  $f(-x) = -f(x)$ .

#### Traduction géométrique

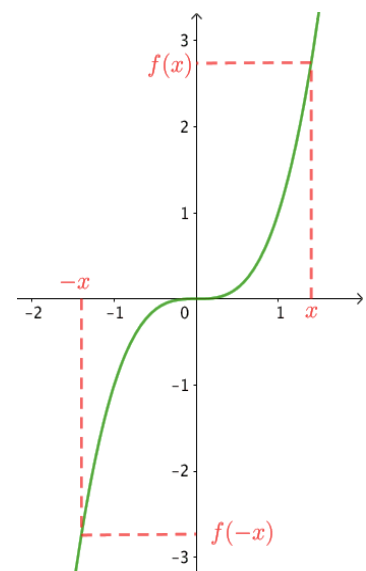
Dans un repère orthogonal, la courbe représentative d'une **fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine**.

#### Exemple

La fonction cube (représentée ci-contre) est une fonction impaire.

En effet :

$$\text{Si : } f(x) = x^3, \text{ on a : } f(-x) = (-x)^3 = -x^3$$



## 2 Fonctions cosinus et sinus

### 2.1 Rappel : dérivée des fonctions cosinus et sinus

Les fonctions cosinus et sinus sont dérivables sur  $\mathbb{R}$ .

On admet que :

$$(\cos)'(x) = -\sin(x) \quad \text{et} \quad (\sin)'(x) = \cos(x)$$

### 2.2 Propriétés des fonctions sinus et cosinus

#### 2.2.1 Parité

La fonction cosinus est une **fonction paire**, en effet :

- elle est définie sur  $\mathbb{R}$  qui est symétrique par rapport à 0 ;
- $\cos(-x) = \cos(x)$  pour tout réel  $x$ .

La courbe représentative de la fonction cosinus est donc symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

La fonction sinus est une **fonction impaire**, en effet :

- elle est définie sur  $\mathbb{R}$  qui est symétrique par rapport à 0 ;
- $\sin(-x) = -\sin(x)$  pour tout réel  $x$ .

La courbe représentative de la fonction sinus est donc symétrique par rapport à l'origine du repère O.

#### 2.2.2 Périodicité

La fonction cosinus est **périodique** de période  $T = 2\pi$ , en effet :

$$\text{Pour tout } x \in \mathbb{R}, \quad \cos(x + 2\pi) = \cos(x).$$

La fonction sinus est **périodique** de période  $T = 2\pi$ , en effet :

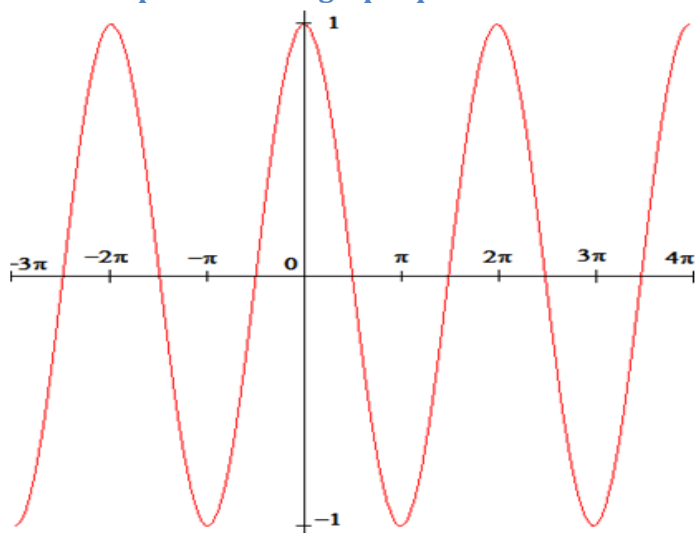
$$\text{Pour tout } x \in \mathbb{R}, \quad \sin(x + 2\pi) = \sin(x).$$

#### Définition

Une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  est périodique de période  $T$  si et seulement si, **pour tout réel  $x$ ,**

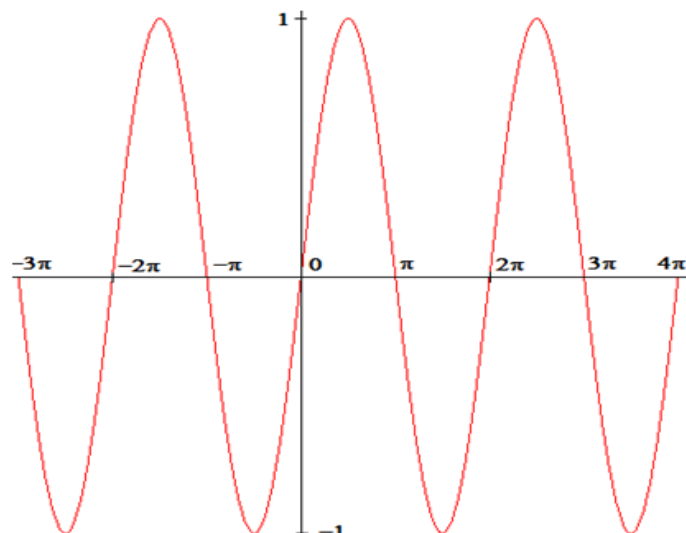
$$f(x + T) = f(x).$$

#### 2.2.3 Représentation graphique des fonctions cosinus et sinus



Courbe représentative de la fonction **cosinus**

$$\text{Pour tout réel } x, \quad -1 \leq \cos(x) \leq 1$$



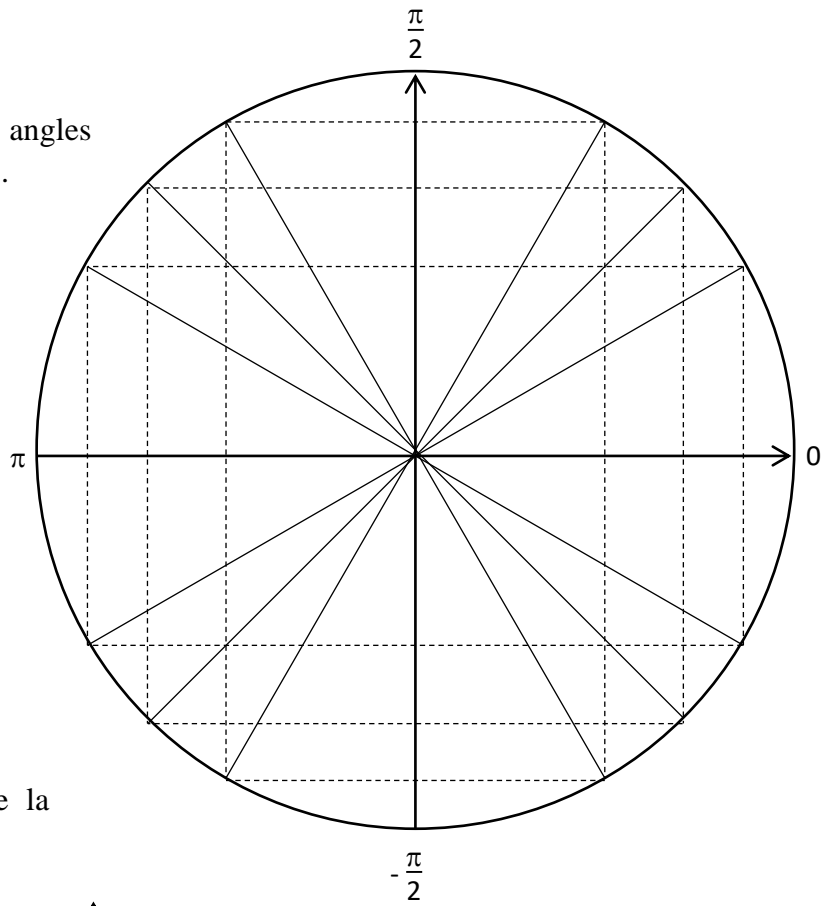
Courbe représentative de la fonction **sinus**

$$\text{Pour tout réel } x, \quad -1 \leq \sin(x) \leq 1$$

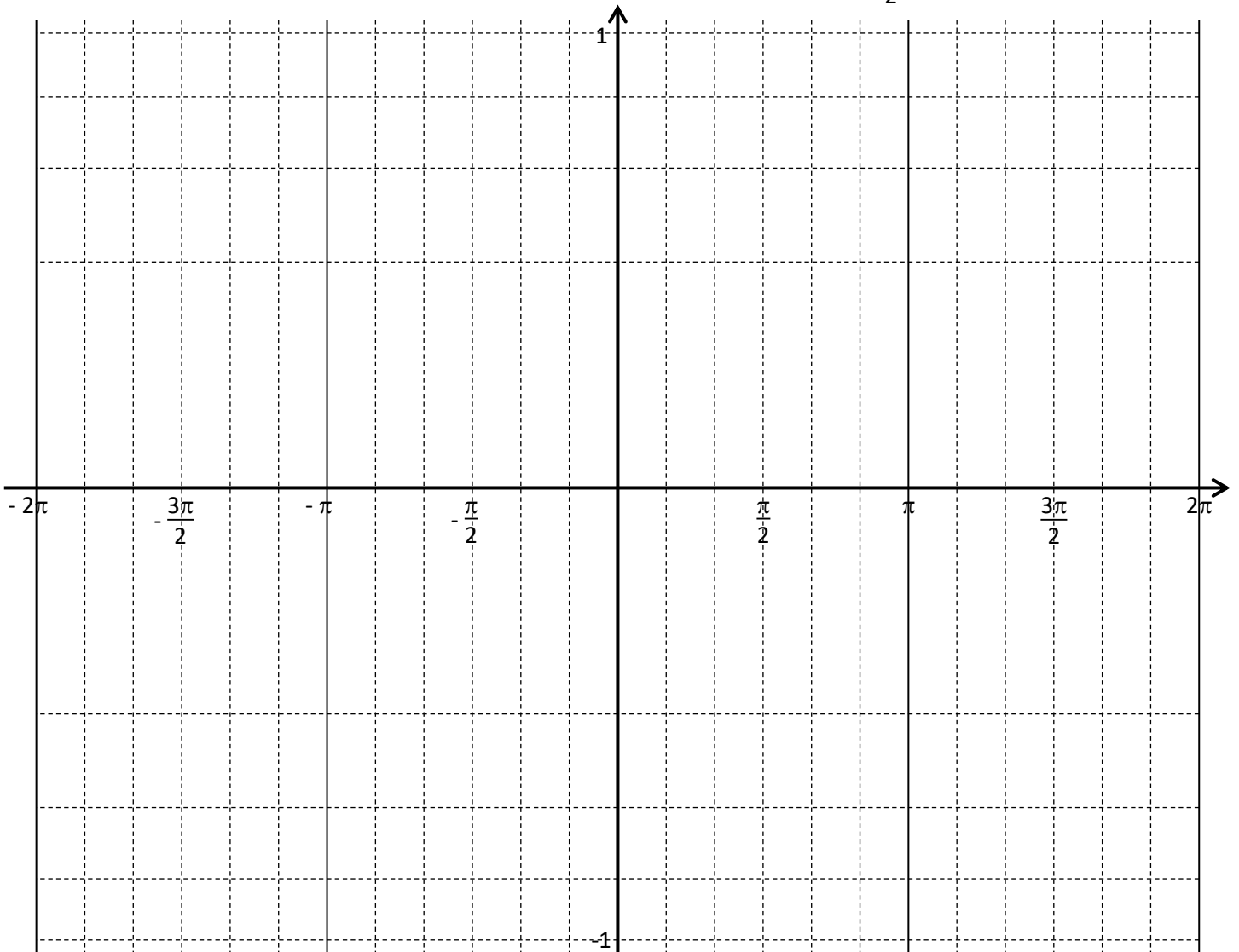
Les courbes représentatives des fonctions sinus et cosinus sont des **sinusoïdes**.

### 2.3 Courbe de la fonction cosinus

- Indiquer sur cette figure toutes les mesures des angles sur l'intervalle  $]-\pi ; \pi]$ , ainsi que leurs cosinus.

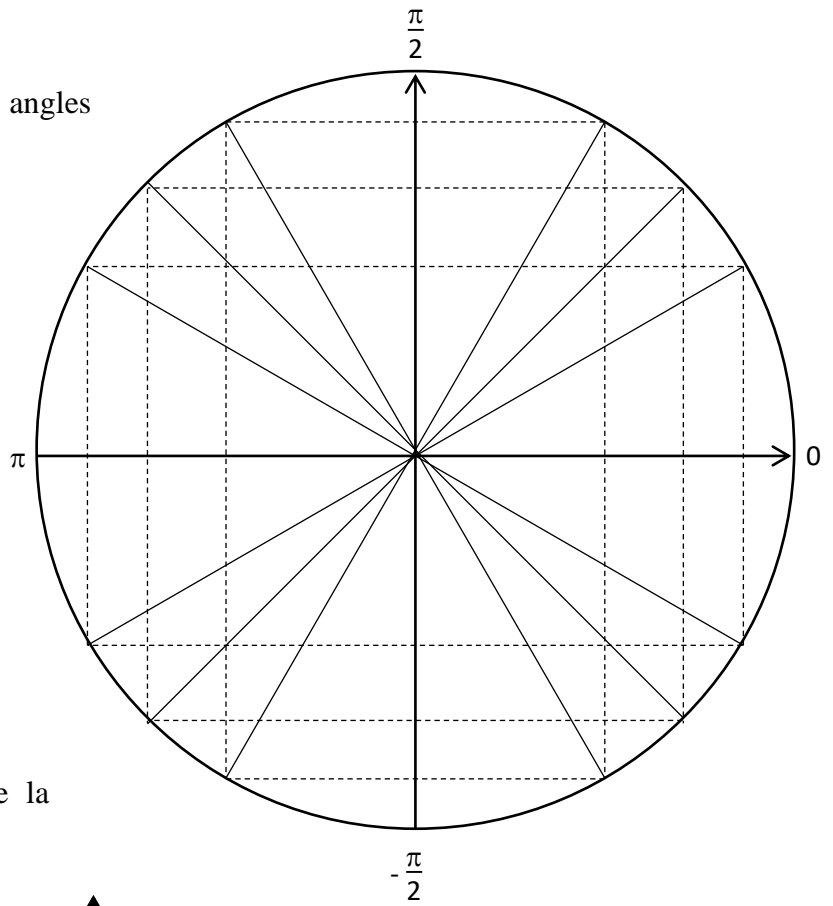


- En utilisant ces valeurs, tracer la courbe de la fonction  $x \mapsto \cos(x)$  sur  $[-2\pi ; 2\pi]$ .



## 2.4 Courbe de la fonction sinus

- Indiquer sur cette figure toutes les mesures des angles sur l'intervalle  $]-\pi ; \pi]$ , ainsi que leurs sinus.



- En utilisant ces valeurs, tracer la courbe de la fonction  $x \mapsto \sin(x)$  sur  $[-2\pi ; 2\pi]$ .

