21 Pmath DS1

Exercice 1

1) $A = -(x-7)^2$

$A = -(x^2 - 14x + 49)$

$A = -x^2 + 14x - 49$ C'est la bonne réponse donc $\underline{A}$

2) Soit $E = (2x+4)^2 - (3x-2)^2$

$E = (4x^2 + 16x + 16) - (9x^2 - 12x + 4)$

$E = 4x^2 + 16x + 16 - 9x^2 + 12x - 4$

$E = -5x^2 + 28x + 12$

$A = -5x^2 + 12$ n'est pas bon

$B = -5x^2 + 20$ n'est pas bon

$C = (-x+6)(5x-2)$

$C = -5x^2 + 2x + 30x - 12$

$C = -5x^2 + 32x - 12$ n'est pas bon

$D = (-x+6)(5x+2)$

$D = -5x^2 - 2x + 30x + 12$

$D = -5x^2 + 28x + 12$ C'est la bonne réponse donc $\underline{D}$

3) $(x+2)(x-3) = 0$

$x + 2 = 0$ ou $x - 3 = 0$

$x = -2$ ou $x = 3$ $\mathcal{S} = \{-2 ; 3\}$ donc $\underline{B}$

4) $x^2 = 9$

$x^2 - 9 = 0$ $x^2 - 3^2 = 0$ $(x-3)(x+3) = 0$

$x - 3 = 0$ ou $x + 3 = 0$

$x = 3$ ou $x = -3$

$\mathcal{S} = \{-3 ; 3\}$ donc $\underline{C}$

21 P math DS 1

Exercice 2

A] 1) La parabole $\mathcal{C}_f$ a pour sommet $S(1;-6)$.

2) $f(x) = a(x-\alpha)^2+\beta$ avec $\begin{cases}\alpha = 1\\ \beta = -6\end{cases}$

Donc $f(x) = a(x-1)^2-6$

De plus $\mathcal{C}_f$ passe par $A(0;-4)$ donc $f(0)=-4$

$$f(0) = a(0-1)^2-6$$
$$-4 = a(0-1)^2-6$$
$$-4 = a(-1)^2-6$$
$$-4 = a-6$$
$$-4+6 = a$$
$$2 = a$$

Donc $f(x) = 2(x-1)^2-6$.

3) $f(x) = 2(x-1)^2-6$
$f(x) = 2(x^2-2x+1)-6$
$f(x) = 2x^2-4x+2-6$
$f(x) = 2x^2-4x-4$

B] 1) Les solutions de l'équation $g(x)=0$ sont les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_g$ avec l'axe des abscisses, donc $g(x)$ a pour solution $\mathcal{S}=\{-6;1\}$.

2) $g(x) = -x^2-5x+6$ a pour racine évidente 1
car $g(1) = -(1)^2-5(1)+6$
$g(1) = -1-5+6$
$g(1) = 0$

On sait que $x_1x_2 = \frac{c}{a}$ donc $x_1x_2 = \frac{6}{-1}$
$x_1x_2=-6$

or $x_1=1$ donc $(1)(x_2)=-6$ donc $\underline{x_2=-6}$

Donc $\mathcal{S}=\{-6;1\}$

3) On sait que la forme factorisée est $g(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$
$g(x) = -1(x+6)(x-1)$
$\underline{g(x) = -(x+6)(x-1)}$

C] Les solutions de l'équation $f(x)=g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection des deux courbes.
Graphiquement, $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ se coupent aux points de coordonnées $(-2;12)$ et $(1{,}7;-5)$

donc $f(x)=g(x)$ a comme ensemble de solutions $\underline{\mathcal{S}=\{-2;1{,}7\}}$

Exercice Bonus

Fabriquer et vendre un appareil rapporte 90 euros
Fabriquer et vendre x appareils rapporte $90x$ euros

Le bénéfice est la différence entre l'argent que cela rapporte (appelé "recette") et le coût de production.

$B = 90x - C(x)$

$B = 90x - (x^2 + 50x + 76)$ et $2 \leq x \leq 50$

$B = 90x - x^2 - 50x - 76$

$B = -x^2 + 40x - 76$

$a = -1$
$b = 40$
$c = -76$

$\alpha = -\frac{b}{2a}$ $\quad \alpha = \frac{-40}{2(-1)}$ $\quad \alpha = \frac{-40}{-2}$ $\quad \alpha = 20$

$a = -1$ donc la parabole est tournée vers le bas et la parabole a un sommet $S(\alpha ; \beta)$ qui correspond à un maximum.

Le bénéfice est maximal pour $\underline{x = 20}$ appareils produits par heure.