21PDS2

Exercice 1

1) la forme 1 est la forme canonique
la forme 2 est la forme factorisée
la forme 3 est la forme développée

2) Développons la forme 1

$f(x) = 3\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) - \frac{27}{4}$

$f(x) = 3x^2 - 3x + \frac{3}{4} - \frac{27}{4}$

$f(x) = 3x^2 - 3x - \frac{24}{4}$

$f(x) = 3x^2 - 3x - 6$ C'est la forme 3

Développons la forme 2

$f(x) = 3(x+1)(x-2)$

$f(x) = 3(x^2 - 2x + x - 2)$

$f(x) = 3(x^2 - x - 2)$

$f(x) = 3x^2 - 3x - 6$ c'est la forme 3

3) a) $f(0) = 3(0)^2 - 3(0) - 6$

$f(0) = -6$ donc l'affirmation est vraie

b) $f(x) = 0$

$3(x+1)(x-2) = 0$

$x + 1 = 0$ ou $x - 2 = 0$

$x = -1$ ou $x = 2$ donc l'affirmation est vraie

c) La forme canonique est $a(x-\alpha)^2 + \beta$ avec les coordonnées du sommet S de la parabole $\begin{cases} \alpha = \frac{1}{2} \\ \beta = -\frac{27}{4} \end{cases}$

Donc $\beta = -\frac{27}{4}$ est un extremum de la fonction

$a = 3$ $a > 0$ donc l'extremum est un minimum
donc l'affirmation est vraie.

d) D'après la forme canonique la droite d'équation $x = \frac{1}{2}$ est un axe de symétrie de la parabole.

De plus $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{6} + \frac{5}{6}\right) = \frac{1}{2}$. les points d'abscisses $\frac{1}{6}$ et $\frac{5}{6}$ sont symétriques par rapport à l'axe de symétrie.

donc $f\left(\frac{1}{6}\right) = f\left(\frac{5}{6}\right)$.
L'affirmation est vraie.

Exercice 2

1) $f(x) = -2x^2 + 5x - 2$

$\Delta = (5)^2 - 4(-2)(-2)$
$\Delta = 9$
$\Delta > 0$ donc il y a deux racines $x_1 = \frac{-5-\sqrt{9}}{2(-2)}$ et $x_2 = \frac{-5+\sqrt{9}}{2(-2)}$

$x_1 = \frac{-8}{-4}$ et $x_2 = \frac{-2}{-4}$

$x_1 = 2$ et $x_2 = \frac{1}{2}$

La forme factorisée est donc $f(x) = -2(x-2)(x-\frac{1}{2})$

La forme canonique est $f(x) = -2(x-\alpha)^2 + \beta$

avec $\alpha = \frac{-5}{2(-2)}$ $\alpha = \frac{5}{4}$ $\beta = f(\frac{5}{4}) = \frac{9}{8}$

La forme canonique est $f(x) = -2\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{9}{8}$

2) a) le tableau de signes de $f(x)$ est

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Donc le bénéfice est positif pour $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$

c'est à dire entre 50 et 200 objets fabriqués et vendus.

b) D'après la forme canonique et puisque $a < 0$, le tableau de variations de f est :

x	$-\infty$		$\frac{5}{4}$		$+\infty$
Variations de f		$\nearrow$	$\frac{9}{8}$	$\searrow$	

Donc le bénéfice maximal est $\frac{9}{8} \times 1000 = \frac{9000}{8} = 1125$ €

c) Soit x la quantité fabriquée et vendue pour que $f(x) = -2$ milliers

$-2x^2 + 5x - 2 = -2$
$-2x^2 + 5x = 0$
$x(-2x+5) = 0$
$x = 0$ ou $-2x + 5 = 0$
$x = 0$ ou $5 = 2x$
$x = 2{,}5$

Si la production et vente est de 0 ou 2500 objets, l'entreprise a perdu 2000 €.

Exercice 3

1) a) $P(B) = 36\%$ donc $\underline{P(B) = 0,36}$

b) $P(\bar{F}) = 48\%$ donc $\underline{P(\bar{F}) = 0,48}$

c) Parmi les femmes, il y a 26% sans diplome
donc $P_F(S) = \dfrac{P(F \cap S)}{P(F)} = \dfrac{0,26}{0,52} = \underline{0,5}$

d) Parmi les hommes, il y a 9% diplomés bac +5
donc $P_D(\bar{F}) = \dfrac{P(\bar{F} \cap D)}{P(D)} = \dfrac{0,09}{0,15} = \underline{0,6}$

e) $P(F \cap S) = 26\%$ donc $\underline{P(F \cap S) = 0,26}$

f) $P(\bar{F} \cup D) = P(\bar{F}) + P(D) - P(\bar{F} \cap D)$

$P(\bar{F} \cup D) = 0,48 + 0,15 - 0,09$ $\quad \underline{P(\bar{F} \cup D) = 0,54}$

2) F et B sont indépendants équivaut à $P(F \cap B) = P(F) \times P(B)$.

- Calcul de $P(F \cap B)$

$P(F \cap B) = 20\%$ donc $P(F \cap B) = 0,20$

- Calcul de $P(F) \times P(B)$

$P(F) \times P(B) = 0,52 \times 0,36 = 0,1872$

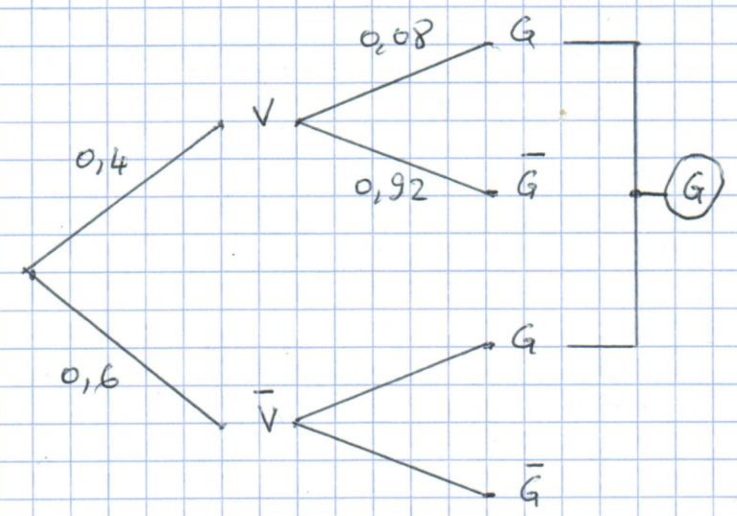
donc $P(F \cap B) \neq P(F) \times P(B)$

donc <u>F et B ne sont pas indépendants</u>.

Exercice 4

1) 20% des personnes ont contracté la grippe donc $P(G) = 0{,}2$

2)



40% de la population est vaccinée donc $p(V) = 0{,}4$
Donc $p(\bar{V}) = 1 - p(V) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$

8% des personnes vaccinées ont contracté la grippe donc $P_V(G) = 0{,}08$

Donc $P_V(\bar{G}) = 1 - P_V(G) = 1 - 0{,}08 = 0{,}92$

3) On cherche $P(V \cap G)$.

On sait que $P(V \cap G) = P(V) \times P_V(G)$

$P(V \cap G) = 0{,}4 \times 0{,}08 = 0{,}032$

4) On cherche $P_{\bar{V}}(G)$

On sait que $P(G) = P(V \cap G) + P(\bar{V} \cap G)$ d'après la formule des probabilités totales

$0{,}2 = 0{,}032 + p(\bar{V} \cap G)$

$0{,}168 = p(\bar{V} \cap G)$

On sait que $p(\bar{V} \cap G) = p(\bar{V}) \times P_{\bar{V}}(G)$

$0{,}168 = 0{,}6 \times P_{\bar{V}}(G)$

$\frac{0{,}168}{0{,}6} = P_{\bar{V}}(G)$

D'où $P_{\bar{V}}(G) = 0{,}28$