21PDS3

Exercice 1

1) D'après l'énoncé, il y a 45% de 28000 c'est à dire 12600 milliers de résidences principales dans les agglomérations de plus de 100 000 habitants.

Or, d'après le tableau, il y a dans ces agglomérations de plus de 100 000 habitants 8820 milliers de logements collectifs.

Donc il y a $12600 - 8820 = \underline{3780}$ milliers de logements individuels

2)

en milliers	Logements individuels	Logements collectifs	Total
Situation en agglomération de moins de 100000 habitants	11340	4060	55% de 28000 = 15400
Situation en agglomération de plus de 100000 habitants	3780	8820	45% de 28000 = 12600
Total	15120	12880	28000

3) Il y a, d'après le tableau, 15120 milliers de logements individuels parmi 28000 milliers.

Cela fait donc $\frac{15120}{28000} \times 100 = \underline{54\%}$

4) a) Le pourcentage de logements collectifs est $\frac{12880}{28000} \times 100 = \underline{46\%}$

Donc la probabilité de choisir un logement collectif est 0,46

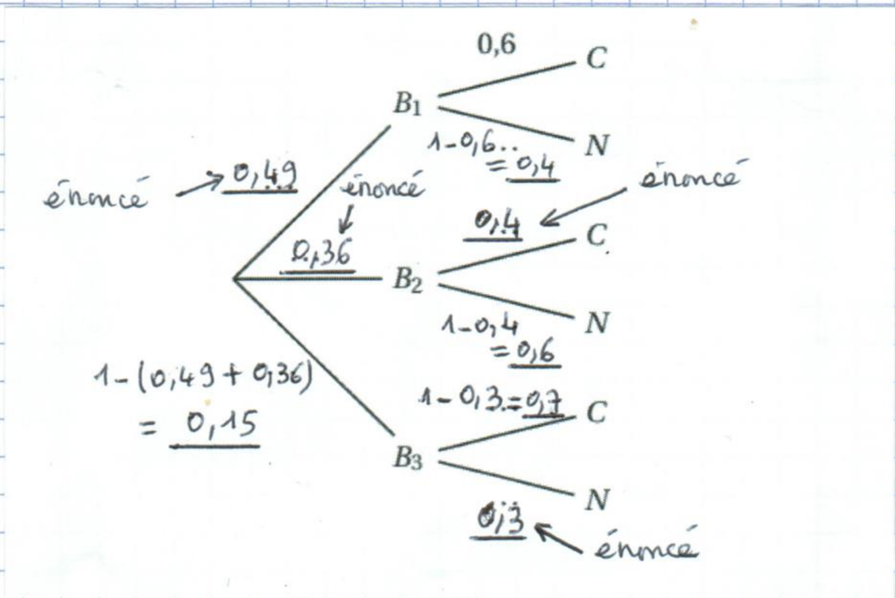
b) la probabilité de I sachant M est la probabilité de choisir un des 11340 milliers de logements individuels parmi les 15400 milliers de logements en agglomération de moins de 100000 habitants.

Donc cette probabilité est $\frac{11340}{15400} \simeq \underline{0,736}$

Exercice 2

1) La probabilité de C sachant B_1 est égale à 0,6.
On peut dire aussi que 60% des cookies achetés à la boulangerie 1 sont au chocolat.

2)



3) $B_1 \cap C$ est l'évènement "le cookie vient de la boulangerie 1 et est au chocolat".

4) D'après la formule des probabilités totales :

$$P(C) = P(B_1 \cap C) + P(B_2 \cap C) + P(B_3 \cap C)$$

$$P(C) = 0{,}49 \times 0{,}6 + 0{,}36 \times 0{,}4 + 0{,}15 \times 0{,}7$$

$$\underline{P(C) = 0{,}543}$$

5) On cherche $P_C(B_2)$

$$P_C(B_2) = \frac{P(C \cap B_2)}{P(C)}$$

$$P_C(B_2) = \frac{0{,}36 \times 0{,}4}{0{,}543}$$

$$\underline{P_C(B_2) = 0{,}265}$$

Exercice 3

Lecture graphique 1) A 40 $km.h^{-1}$ le véhicule consomme 5L pour 100km

2) Le véhicule consomme 8L pour 100 km à 34 kmh^{-1} et à 100 $km.h^{-1}$.

3) La consommation semble minimale pour une vitesse de 50 $km.h^{-1}$

Modélisation

4) On pose $u(x) = 20x^2 - 1600x + 40000$ $\quad u'(x) = 40x - 1600$

$v(x) = x^2$ $\quad v'(x) = 2x$

$f = \frac{u}{v}$ $\quad f' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$$f'(x) = \frac{(40x - 1600)x^2 - (20x^2 - 1600x + 40000)2x}{(x^2)2}$$

$$f'(x) = \frac{40x^3 - 1600x^2 - 40x^3 + 3200x^2 - 80000x}{x^4}$$

$$f'(x) = \frac{1600x^2 - 80000x}{x^4}$$

$$f'(x) = \frac{(1600x - 80000)x}{x^3 x}$$

$$f'(x) = \frac{1600x - 80000}{x^3}$$

$$f'(x) = \frac{800(2x - 100)}{x^3}$$

5) $f'(x) = 0$ équivaut à $800(2x - 100) = 0$

$2x - 100 = 0$

$2x = 100$

$x = 50$

Donc la fonction f atteint son minimum pour $x = 50$.
La conjecture "le véhicule a une consommation minimale pour 50 $km.h^{-1}$" est donc vraie.

Exercice 4

1) Les solutions x de l'équation $f(x)=0$ sont les abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}$ avec l'axe (Ox).

Donc $\underline{S = \{-2\ ;\ 3\}}$

2) La tangente T a pour équation $y = f(-1) + f'(-1)(x-(-1))$

avec $f(-1)=2$ et $f'(-1) = -(-1)+0,5$

$f'(-1) = 1+0,5$

$f'(-1) = 1,5$

Donc $y = 2+1,5(x-(-1))$

$y = 2+1,5(x+1)$

$y = 2+1,5x+1,5$ $\qquad \underline{y = 1,5x+3,5}$

3) a) Si $x=1$ alors $y = 1,5(1)+3,5$

$y = 1,5+3,5$

$y = 5$

Donc $\underline{E(1;5) \in T}$

b) On peut conjecturer que l'autre point de la courbe en lequel la tangente passe par le point E est le point de coordonnées $(3;0)$.

Démontrons cette conjecture :

Soit T' la tangente à la courbe au point d'abscisse 3.

T' a pour équation $y = f(3) + f'(3)(x-3)$

On calcule $f'(3)$ à l'aide de $f'(x) = -x+0,5$

$f'(3) = -3+0,5$

$f'(3) = -2,5$

On lit $f(3)=0$ (déjà vu à la question 1)

Donc T' a pour équation $y = 0-2,5(x-3)$

$y = -2,5x+7,5$

Montrons que T' passe par $E(1;5)$

$5 = -2,5(1)+7,5$

$5 = -2,5+7,5$

$5 = 5$ est vrai donc $E \in T'$

Conclusion : <u>la conjecture est vraie.</u>