21 PDSS

Exercice 1

1) Dans tous les cas, on a $p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A\cap B)$
Mais puisque A et B sont indépendants on a aussi
$p(A\cap B) = p(A) \times p(B)$
Donc ici on a
$$p(A\cup B) = p(A) + p(B) - p(A)\times p(B)$$
$$p(A\cup B) = 0{,}5 + 0{,}2 - 0{,}5\times 0{,}2$$
$$p(A\cup B) = 0{,}6$$

Réponse C

2) Soit la somme $S = 1{,}2^0 + 1{,}2^1 + 1{,}2^2 + \dots + 1{,}2^{10}$
S est la somme de 11 termes consécutifs d'une suite géométrique de 1er terme $1{,}2^0$ et de raison 1,2
Donc
$$S = 1{,}2^0 \times \frac{1 - 1{,}2^{11}}{1 - 1{,}2} \qquad S = 32{,}15$$

Réponse D

3) $\frac{1}{e^x} = e^{-x}$ donc $\frac{x}{e^x} = x e^{-x}$ Réponse B

4) $g(x) = (2x-5)e^x$ $g = uv$ avec $u(x) = 2x-5$
$v(x) = e^x$
$u'(x) = 2$
$v'(x) = e^x$

$$g'(x) = u'(x)\,v(x) + u(x)\,v'(x)$$
$$g'(x) = 2e^x + (2x-5)e^x$$
$$g'(x) = e^x(2 + 2x - 5)$$
$$g'(x) = e^x(2x-3)$$

Réponse A

5) $$\frac{e^3\times e^{-5}}{e^2} = e^3\times e^{-5}\times e^{-2}$$
$$\frac{e^3\times e^{-5}}{e^2} = e^{3-5-2} = e^{-4} = \frac{1}{e^4}$$

Réponse C

Exercice 2

1) a) la formule est $= 1.05 * B2 - 12$

b) la somme placée est de 1000 €. Elle rapporte 20% quand le montant atteint au moins $1000 \times 1,20 = \underline{1200 €}$
Donc après 5 années le placement a rapporté au moins 20%.

2) $V_{n+1} = U_{n+1} - 240$

$V_{n+1} = 1,05 U_n - 12 - 240$ avec $V_n + 240 = U_n$

donc $V_{n+1} = 1,05 (V_n + 240) - 252$
$V_{n+1} = 1,05 V_n + 252 - 252$
$\underline{V_{n+1} = 1,05 V_n}$ $\forall n \in \mathbb{N}$

Donc la suite (V_n) est géométrique de premier terme
$V_0 = U_0 - 240$
$V_0 = 1000 - 240$
$\underline{V_0 = 760}$
et de raison $\underline{q = 1,05}$

3) $V_n = V_0 \times q^n$ $\underline{V_n = 760 \times 1,05^n}$

Et puisque $U_n = V_n + 240$ alors $\underline{U_n = 760 \times 1,05^n + 240}$

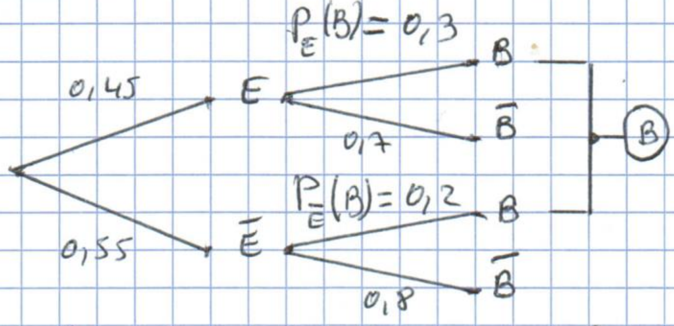
4) Après 20 ans de placement, Noémie aura
$U_{20} = 760 \times 1,05^{20} + 240$
$\underline{U_{20} = 2256,51 €}$

Exercice 3

1) E est l'évènement " l'écran est cassé " $\quad p(E) = 0,45$

$\bar{E}$ est l'évènement " l'écran n'est pas cassé " $\quad p(\bar{E}) = 1 - p(E) = 0,55$

a)



b) D'après la formule des probabilités totales on a :

$$p(B) = p(E \cap B) + p(\bar{E} \cap B)$$

$$p(B) = p(E) \times p_E(B) + p(\bar{E}) \times p_{\bar{E}}(B)$$

$$p(B) = 0,45 \times 0,3 + 0,55 \times 0,2 = \underline{0,245}$$

c) On calcule $P_B(E)$

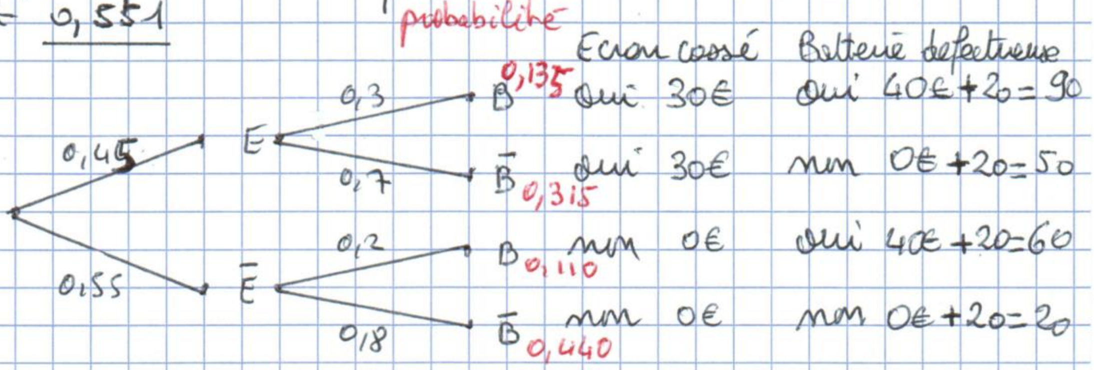
$$P_B(E) = \frac{p(B \cap E)}{p(B)}$$

$$P_B(E) = \frac{p(E) \times P_E(B)}{P(B)}$$

$$P_B(E) = \frac{0,45 \times 0,3}{0,245} \qquad P_B(E) = \underline{0,551}$$

Sachant que le smartphone choisi a une batterie défectueuse, la probabilité qu'il ait un écran cassé est $\underline{0,551}$

2) a)



x_i	20	50	60	90	TOTAL
$p(X=x_i)$	0,440	0,315	0,110	0,135	1

b) L'espérance de X est $E(X) = 0,44 \times 20 + \dots + 0,135 \times 90$

$E(X) = 43,3$ € en moyenne par smartphone.

Donc pour 500 smartphones, la dépense est de $500\,E(X) = \underline{21650 €}$

Exercice 4

1) a) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 1$

$\underline{f'(x) = 3x^2 + 6x - 9}$

b) $\Delta = (6)^2 - 4(3)(-9)$ $\quad \Delta = 144$ $\quad \Delta > 0$ donc il y a deux racines

$x_1 = \dfrac{-6 - \sqrt{144}}{2 \times 3} = -3$

$x_2 = \dfrac{-6 + \sqrt{144}}{2 \times 3} = 1$

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
signe de f'		+	0	−	0	+	
variation de f		↗	26	↘	−6	↗	

c) La tangente T a pour équation $y = f(-1) + f'(-1)(x-(-1))$

- Calcul $f(-1) = 10$
- Calcul de $f'(-1) = 3(-1)^2 + 6(-1) - 9 = -12$

Donc T a pour équation $y = 10 - 12(x+1)$

$\underline{y = -12x - 2}$

2) a) la courbe de $\mathcal{C}_g$ ne coupe pas l'axe (Ox) donc il n'y a pas de racine donc $\underline{\Delta < 0}$

- La parabole $\mathcal{C}_g$ est tournée vers le haut donc $\underline{a > 0}$

b) $f(-1) = 10$

$g(-1) = 10(-1)^2 + 8(-1) + 8 = 10$

Donc $f(-1) = g(-1)$ donc $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ ont en commun le point $A(-1\,;\,10)$.

On sait que $f'(-1) = -12$. C'est le coefficient directeur de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A.

Calculons $g'(-1)$.

$g'(x) = 10 \times 2x + 8$

$g'(x) = 20x + 8$

$g'(-1) = 20 \times -1 + 8$

$g'(-1) = -12$

Donc le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_g$ au point $A(-1\,;\,10)$ est -12 aussi. Donc c'est la $\underline{\text{même tangente}}$.