22 PDS1

Exercice 1

$f(x) = x^2 - 6x - 7$ $\quad \begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \\ c = -7 \end{cases}$

1) $\alpha = -\frac{b}{2a}$ $\quad \alpha = -\frac{-6}{2\times 1}$ $\quad \alpha = 3$

$\beta = f(3)$
$\beta = 3^2 - 6\times 3 - 7$
$\beta = -16$

Donc $f(x) = 1(x-3)^2 - 16$
$\underline{f(x) = (x-3)^2 - 16}$

2) Pour déterminer la forme factorisée, il faut d'abord calculer les racines.

$\Delta = (-6)^2 - 4(1)(-7)$
$\Delta = 64$
$\Delta > 0$ donc il y a deux racines: $x_1 = \frac{-(-6) - \sqrt{64}}{2(1)} = -1$
et $x_2 = \frac{-(-6)+\sqrt{64}}{2(1)} = 7$

Donc $f(x) = 1(x-(-1))(x-7)$
$\underline{f(x) = (x+1)(x-7)}$

3) a) $a = 1$ $\quad a > 0$ donc le sommet de la parabole correspond à un minimum.
Celui-ci a lieu lorsque $x = \alpha = 3$
Le minimum vaut $\beta = -16$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
sens de variation de f	$\searrow$	-16	$\nearrow$

b) $f(x) = -7$
$x^2 - 6x - 7 = -7$
$x^2 - 6x = 0$
$x(x-6) = 0$
$x = 0$ ou $x - 6 = 0$
$x = 0$ ou $x = 6$ $\quad \underline{S = \{0; 6\}}$

c) $f(x) = -16$
$(x-3)^2 - 16 = -16$
$(x-3)^2 = 0$
$x - 3 = 0$
$x = 3$ $\quad \underline{S = \{3\}}$

d) $f(x) \geqslant 0$. Pour cela on utilise les deux racines de $f(x)$ et on dresse le tableau de signes de $f(x)$

x	$-\infty$		-1		7		$+\infty$
signe de $f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$\underline{S =]-\infty; -1] \cup [7; +\infty[}$

Exercice 2

1) a) Soit E l'évènement "La personne connait le commerce équitable"
la probabilité $P(E) = \frac{525}{1500}$ $\quad$ $\underline{p(E) = \frac{7}{20}}$

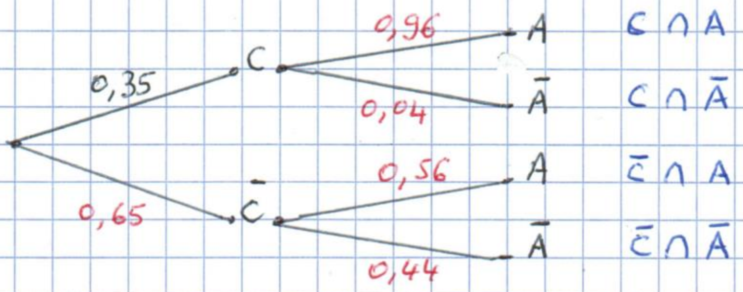
b) Soit M l'évènement "La personne a moins de 25 ans"
$P_M(E) = \frac{156}{414}$ $\quad$ $\underline{P_M(E) = \frac{26}{69}}$

c) Soit P l'évènement "la personne a plus de 40 ans"
$P_E(P) = \frac{150+48}{525}$ $\quad$ $\underline{P_E(P) = \frac{66}{175}}$

2) a) 525 personnes connaissent le commerce équitable 504 connaissent AB
Donc $P_C(A) = \frac{504}{525}$ $\quad$ $\underline{P_C(A) = 0,96}$

b) 975 personnes ne connaissent pas le commerce équitable dont 546 connaissent le label AB.
Donc $P_{\bar{C}}(A) = \frac{546}{975}$ $\quad$ $\underline{P_{\bar{C}}(A) = 0,56}$

c)



d) $P(C \cap A) = P(C) \times P_C(A)$
$P(C \cap A) = 0,35 \times 0,96$ $\quad$ $\underline{P(C \cap A) = 0,336}$

e) $P(\bar{C} \cap A) = P(\bar{C}) \times P_{\bar{C}}(A)$
$P(\bar{C} \cap A) = 0,65 \times 0,56$ $\quad$ $\underline{P(\bar{C} \cap A) = 0,364}$

f) Il faut calculer P(A) pour savoir si le journaliste a raison.
Selon la formule des probabilités totales, puisque C et $\bar{C}$ forment une partition de l'univers, on a :

$P(A) = P(C \cap A) + P(\bar{C} \cap A)$
$P(A) = 0,336 + 0,364$
$P(A) = 0,7$ soit 70%

Donc <u>le journaliste a raison</u>.

g) Pour savoir si A et C sont indépendants, on va regarder si $P_C(A) = P(A)$.

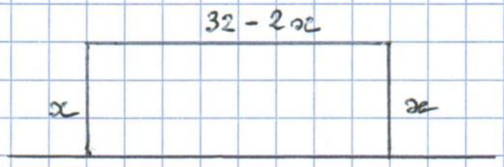
On a $P_C(A) = 0,96$

et $P(A) = 0,7$

Donc $P_C(A) \neq P(A)$. Donc les évènements A et C <u>ne sont pas indépendants.</u>

Exercice 3

1) Etant donné que la ligne de flotteurs mesure 32 m, on a les dimensions suivantes pour le rectangle :



Donc la longueur du rectangle est $L = 32 - 2x$
et la largeur du rectangle est $\ell = x$

Donc l'aire du rectangle est
$$\mathcal{A} = L \times \ell$$
$$\mathcal{A} = (32 - 2x) \times x$$
$$\mathcal{A} = -2x^2 + 32x$$

C'est un polynôme du second degré du type $ax^2 + bx + c$
avec : $\begin{cases} a = -2 \\ b = 32 \\ c = 0 \end{cases}$

$a < 0$ donc la fonction du second degré présente un maximum pour
$$x = -\frac{b}{2a}$$
$$x = \frac{-32}{2(-2)}$$
$$x = \frac{-32}{-4}$$
$$x = 8$$

Le maître-nageur doit choisir la longueur x égale à <u>8 mètres</u> pour avoir <u>l'aire du rectangle maximale</u>.

2) L'aire de la zone de baignade est alors un rectangle
de longueur $32 - 2(8) = 16$ m
et de largeur 8 m

L'aire est donc $16 \times 8 = \underline{128 \text{ m}^2}$