22PDS2

Exercice 1

Partie A

1) S a pour coordonnées $(1;6)$

2) $f(x) = a(x-\alpha)^2+\beta$ avec $\begin{cases}\alpha=1\\ \beta=6\end{cases}$

$f(x) = a(x-1)^2+6$

Calcul de a : la parabole $\mathcal{C}_f$ passe par le point de coordonnées $(0;4)$ donc $f(0)=4$.

$f(0) = a(0-1)^2+6$

$4 = a(0)^2+6$

$4 = a+6$

$a = -2$

Donc la forme canonique est $f(x) = -2(x-1)^2+6$

3) $f(x) = -2(x-1)^2+6$

$f(x) = -2(x^2-2x+1)+6$

$f(x) = -2x^2+4x-2+6$

$f(x) = -2x^2+4x+4$

4) a) On trace la droite d'équation $y=-8$

Elle coupe la parabole $\mathcal{C}_f$ aux points de coordonnées $(-1,6\,;-8)$ et $(3,6\,;-8)$

Donc les solutions de $f(x)=-8$ sont $-1,6$ et $3,6$.

b) $-2x^2+4x+4=-8$

$-2x^2+4x+12=0$

$\begin{cases}a=-2\\ b=4\\ c=12\end{cases}$

$\Delta = (4)^2-4(-2)(12)$

$\Delta = 16+8\times 12$

$\Delta = 112$

$\Delta>0$ donc il y a deux racines :

$x_1 = \dfrac{-4-\sqrt{112}}{2(-2)}$ $\quad x_1 = \dfrac{-4-\sqrt{112}}{-4}$ $\quad x_1 = \dfrac{4+\sqrt{112}}{4}$

et $x_2 = \dfrac{-4+\sqrt{112}}{2(-2)}$ $\quad x_2 = \dfrac{-4+\sqrt{112}}{-4}$ $\quad x_2 = \dfrac{4-\sqrt{112}}{4}$

$x_1 = \dfrac{4+\sqrt{16\times 7}}{4}$ $\quad x_1 = \dfrac{4+4\sqrt{7}}{4}$ $\quad x_1 = \dfrac{4(1+\sqrt{7})}{4}$ $\quad x_1 = 1+\sqrt{7}$

$x_2 = \dfrac{4-\sqrt{16\times 7}}{4}$ $\quad x_2 = \dfrac{4-4\sqrt{7}}{4}$ $\quad x_2 = \dfrac{4(1-\sqrt{7})}{4}$ $\quad x_2 = 1-\sqrt{7}$

L'ensemble des solutions $\mathcal{S} = \{1-\sqrt{7}\,;\,1+\sqrt{7}\}$

Partie B

$g(x) = x^2+5x-6$

$x_1=1$ est une racine évidente de $g(x)$

car $1^2+5\times 1-6=0$

L'autre racine x_2 vérifie la relation $x_1\,x_2 = \dfrac{c}{a}$

$x_1\times x_2 = \dfrac{-6}{1}$

$1\times x_2 = -6$ donc $x_2=-6$.

$g(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$ et $a=1$

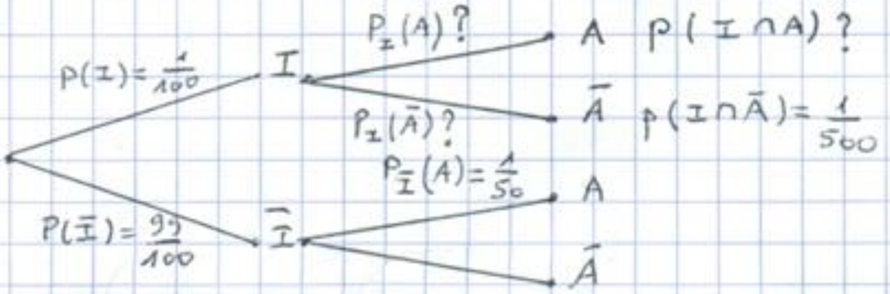
$g(x) = (x-1)(x+6)$

Exercice 2

1)

Donnée	Traduction
La probabilité qu'un incident se produise	$p(I) = \frac{1}{100}$
La probabilité qu'un incident survienne <u>et</u> l'alarme ne se déclenche pas	$p(I \cap \bar{A}) = \frac{1}{500}$
La probabilité que l'alarme se déclenche <u>sachant</u> qu'il n'y a pas d'incident	$P_{\bar{I}}(A) = \frac{1}{50}$

2)



3) On demande ici de calculer $p(I \cap A)$.
Sur l'arbre, il manque $P_I(A)$. Mais on peut la calculer par $P_I(A) + P_I(\bar{A}) = 1$ à condition de calculer avant $P_I(\bar{A})$.

On sait que $p(I) \times P_I(\bar{A}) = p(I \cap \bar{A})$ donc $P_I(\bar{A}) = \dfrac{p(I \cap \bar{A})}{p(I)} = \dfrac{\frac{1}{500}}{\frac{1}{100}} = \dfrac{1}{5}$

Donc $P_I(A) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$ d'où $p(I \cap A) = p(I) \times P_I(A) = \frac{1}{100} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{500} = \frac{1}{125} = \underline{0{,}008}$

4) I et $\bar{I}$ forment une partition de l'univers, donc selon la formule des probabilités totales :

$$p(A) = p(I \cap A) + p(\bar{I} \cap A)$$
$$p(A) = \frac{4}{500} + p(\bar{I}) \times P_{\bar{I}}(A) \qquad p(A) = \frac{4}{500} + \frac{99}{100} \times \frac{1}{50} = \frac{139}{5000} = \underline{0{,}0278}$$

5) L'alarme est en défaut . soit si un incident survient et qu'elle ne se déclenche pas
. soit s'il n'y a pas d'incident et qu'elle se déclenche.

La probabilité $p(D) = p(I \cap \bar{A}) + p(\bar{I} \cap A)$

$$p(D) = \frac{1}{500} + \frac{99}{100} \times \frac{1}{50} = \frac{109}{5000} = \underline{0{,}0218}$$