

Première groupe 1 Spécialité Math	DEVOIR SURVEILLE N° 4 MATHÉMATIQUES	Mardi 7 février 2023
NOM :		Durée : 2h
Prénom :		Calculatrice autorisée

L'énoncé est à rendre avec la copie.

EXERCICE 1

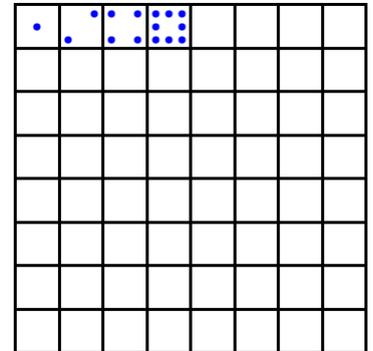
(5 points)

Une ancienne légende raconte que le jeu d'échecs a été inventé par un vieux sage.

Son roi voulut le remercier en lui accordant n'importe quel cadeau en récompense.

Le vieux sage lui demanda qu'on lui fournisse un peu de riz pour ses vieux jours, et plus précisément qu'on place :

Un grain de riz sur la première case du jeu qu'il venait d'inventer, puis deux grains de riz sur la case suivante, puis quatre grains de riz sur la troisième case, et ainsi de suite en doublant le nombre de grains de riz entre une case et la suivante, et ce jusqu'à la 64^e case (puisque'un plateau de jeu d'échecs comporte 64 cases).



On note u_1 le nombre de grains de riz présents sur la première case, u_2 le nombre de grains sur la deuxième case, et ainsi de suite jusqu'à la 64^e case.

- 1) Déterminer u_1, u_2, u_3, u_4 et u_5 .
- 2) Exprimer, pour tout entier naturel n non nul, u_{n+1} en fonction de u_n .
- 3) a) En déduire la nature de la suite (u_n) et en préciser les éléments caractéristiques.
b) Exprimer, pour tout entier naturel n non nul, u_n en fonction de n .
- 4) Calculer le nombre de grains de riz qui doivent être déposés sur le plateau pour satisfaire à la demande du vieux sage.
- 5) On veut écrire une fonction en langage Python qui détermine à partir de quelle case, le vieux sage disposera d'au moins R grains de riz.

Une ébauche de la fonction est donnée ci-contre.

Recopier et compléter cette fonction afin qu'elle renvoie le résultat désiré.

```
def nb_cases(R):
    case = 1
    u = 1
    somme = u
    while somme .....:
        u = ...
        somme = ...
        case = case + 1
    return case
```

EXERCICE 2

(5 points)

Une urne contient six jetons rouges dont un est marqué « gagnant » et quatre jetons verts dont trois d'entre eux sont marqués « gagnant ». On tire au hasard un jeton de l'urne et on note les évènements :

R : « le jeton tiré est rouge »,

V : « le jeton tiré est vert »,

G : « le jeton tiré est gagnant ».

- 1) Modéliser la situation à l'aide d'un arbre de probabilité.
- 2) Calculer la probabilité de l'évènement « le jeton tiré est un jeton vert et marqué gagnant ».
- 3) Soit $P(G)$ la probabilité de tirer un jeton gagnant. Montrer que $P(G) = \frac{2}{5}$.
- 4) Sachant que le jeton tiré est gagnant, calculer la probabilité qu'il soit de couleur rouge.
- 5) Les évènements V et G sont-ils indépendants ? Justifier.

EXERCICE 3

(4 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 + 7x^2 + 11x - 19$.

On note \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

- 1) On note f' la fonction dérivée de f sur \mathbb{R} . Déterminer l'expression de $f'(x)$.
- 2) Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse 0.
- 3) a) Justifier que 1 est solution de $x^3 + 7x^2 + 11x - 19 = 0$.
b) Vérifier que pour tout réel x : $f(x) = (x - 1)(x^2 + 8x + 19)$.
- 4) Étudier le signe de la fonction f et en dresser le tableau de signes sur \mathbb{R} .

EXERCICE 4

(6 points)

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(3; 1)$, $B(-3; 3)$, $C(2; 4)$, et $D(4; 5)$.

- 1) Montrer que l'équation $x + 3y - 6 = 0$ est une équation cartésienne de la droite (AB) .
- 2) Déterminer une équation cartésienne de la droite (CD) .
- 3) Calculer les coordonnées du point E , l'intersection des droites (AB) et (CD) .
- 4) a) Calculer la distance AB .
b) Déterminer les coordonnées du milieu F du segment $[AB]$.
c) En déduire une équation du cercle \mathcal{C} de diamètre $[AB]$.
- 5) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de la droite (CD) avec le cercle \mathcal{C} .