Première Spécialité MATH.	**DEVOIR n°5**	*Jeudi 30 Mars 2023*
Groupes 1 , 3 et 33	**Spécialité**	*Durée : 2 heures*
L. BEAUSSART - S. BLONDEAU – C. RAIMBAULT	**MATHEMATIQUES**	*Calculatrice autorisée*

La qualité de la rédaction, la clarté d'expression et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des résultats.

EXERCICE 1 : *(5 points)*

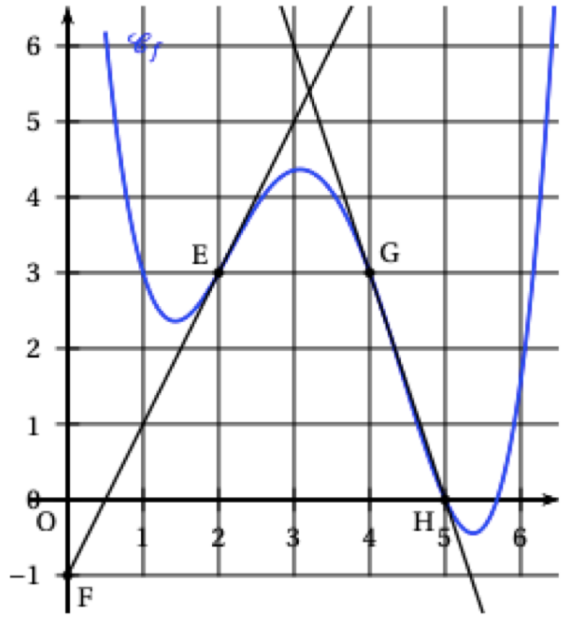
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Une seule des quatre propositions est correcte. Les questions sont indépendantes. Pour chacune des questions, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Chaque réponse correcte rapporte un point. Une réponse fausse ou une absence de réponse n'enlève aucun point.

Question 1

On a tracé la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f dans un repère orthonormé, ainsi que deux de ses tangentes, au point E d'abscisse 2 et au point G d'abscisse 4.

Les coordonnées des points E, F, G, H placés dans le repère ci-dessous peuvent être lues graphiquement, ce sont des entiers.

La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point E est la droite (EF).
La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point G est la droite (GH).
On note f' la fonction dérivée de f.



a. $f'(2) = 4$	**b.** $f'(2) = 3$	**c.** $f'(4) = 3$	**d.** $f'(4) = -3$

Question 2

Dans un plan rapporté à un repère orthonormé, on donne les points $A(-7; 4)$ et $B(1; -2)$.
Le cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[AB]$ admet comme équation dans ce repère :

a. $(x+7)^2 + (y-4)^2 = 100$	**b.** $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 25$
c. $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 100$	**d.** $(x+7)^2 + (y-4)^2 = 25$

Question 3

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, les droites $\mathfrak{D}$ et $\mathfrak{D}'$ d'équations cartésiennes respectives $3x + 2y - 1 = 0$ et $6x + 4y + 2 = 0$ sont :

a. Sécantes et non perpendiculaires	**b.** Confondues
c. Strictement parallèles	**a.** Perpendiculaires

Question 4

On considère la fonction $Python$ suivante :

```
def evolu(k) :
    i = 200
    n = 0
    while i < k :
        i = 1.2 * i + 10
        n = n + 1
    return n
```

a. `evolu(500) affiche 4`	**b.** `evolu(600) affiche 5`
c. `evolu(300) affiche 3`	**d.** `evolu(400) affiche 4`

Question 5

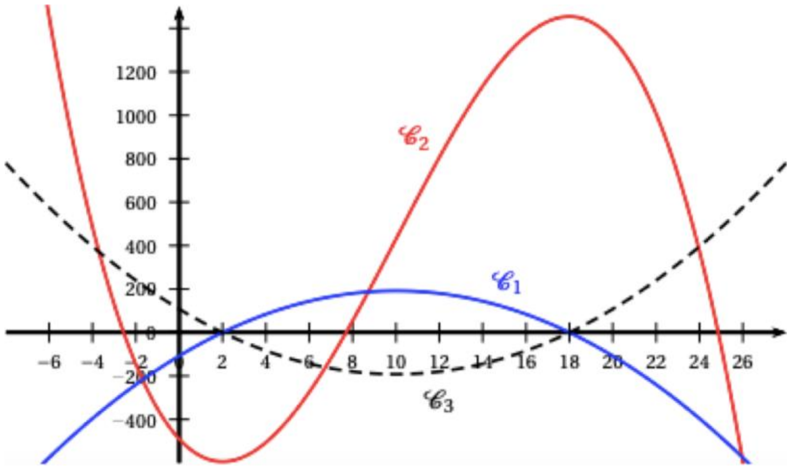
La valeur exacte de la somme $S = 1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{1}{2}\right)^{15}$ est :

a. $1{,}750\,030\,518$	**b.** $2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{15}$	**c.** $2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{14}$	**d.** $1{,}999969483$

EXERCICE 2 : *(6 points)*

Soit h la fonction définie sur [0 ; 26] par : $h(x) = -x^3 + 30x^2 - 108x - 490$.

1. Soit h' la fonction dérivée de h. Déterminer $h'(x)$.
2. On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de h et $\mathcal{C}'$ celle de h'.
   - **a.** Identifier $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ sur le graphique ci-dessous parmi les trois courbes $\mathcal{C}_1$, $\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_3$ proposées.
   - **b.** Justifier le choix pour $\mathcal{C}'$.



3. Soit (T) la tangente à $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse 0. Déterminer son équation réduite.
4. Par le calcul, donc sans utiliser le graphique, étudier le signe de $h'(x)$ puis dresser le tableau de variation de la fonction h sur [0 ; 26].

EXERCICE 3 : *(5 points)*

Bob s'est fixé un objectif : participer à un marathon qui aura lieu très prochainement dans sa ville.

Pour cela, il désire programmer sa préparation au marathon de la manière suivante :

- Lors du premier entrainement, il décide de courir 20 km.
- Il augmente ensuite, à chaque entrainement, la distance à courir de 5%.

On peut modéliser la distance parcourue lors de ses entraînements par une suite (d_n), où pour tout entier naturel n non nul, le nombre d_n désigne la distance à courir en kilomètre, lors de son n-ième entraînement.
On a ainsi $d_1 = 20$.

1. Calculer d_2, puis vérifier que $d_3 = 22{,}05$.
2. Pour tout entier naturel n non nul, exprimer d_{n+1} en fonction de d_n.
3. Justifier que, pour tout entier naturel $n \geq 1$, $d_n = 20 \times 1{,}05^{n-1}$.
4. Quelle distance, arrondie à 1 mètre près, va parcourir Bob lors de son 10^e entraînement ?

5. La distance à courir lors d'un marathon est de $42{,}195$ km. Bob estime qu'il sera prêt pour la course, s'il parvient à courir au moins 43 km lors de ses entraînements.

Recopier et compléter le script suivant, écrit en langage $Python$, dont la valeur de n, après exécution de ce script, est le nombre minimal d'entraînements permettant à Bob d'être prêt pour le marathon.

```
n = 1
d = 20
while ………………:
    n = ………………
    d = 1.05 * d
print n
```

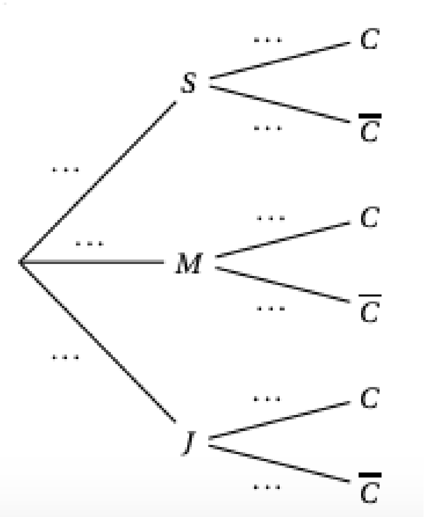
EXERCICE 4 : *(4 points)*

Une agence a lancé une campagne de publicité afin de faire connaître un nouveau produit. Elle a réalisé un sondage dans une zone géographique déterminée afin de connaître l'impact de cette campagne.

- 28% des personnes interrogées ont plus de 60 ans. Parmi elles, 40% ont déclaré connaitre le produit.
- 42% des personnes interrogées ont entre 25 et 60 ans. Parmi elles, 55% ont déclaré connaitre le produit.
- Parmi les personnes de moins de 25 ans, 75% ont déclaré connaitre le produit.

On choisit au hasard une personne interrogée par l'agence de publicité et on considère les évènements suivants :

- S : « la personne interrogée a plus de 60 ans.
- M : « la personne interrogée a entre 25 et 60 ans.
- J : « la personne interrogée a moins de 25 ans.
- C : « la personne interrogée déclare connaitre le produit.



1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-contre.
2. Calculer la probabilité que la personne interrogée ait entre 25 et 60 ans et déclare ne pas connaitre le produit.
3. **a.** Calculer la probabilité de l'évènement $S \cap C$.

   b. Calculer la probabilité de l'évènement C.
4. Calculer la probabilité que la personne ait plus de 60 ans, sachant qu'elle déclare connaitre le produit. Arrondir le résultat au millième.