

<i>Première gr1 Spécialité Math</i>	DEVOIR SURVEILLE N° 6	<i>Lundi 15 mai 2023</i>
NOM :	MATHEMATIQUES	<i>Durée : 50 minutes</i>
Prénom :		<i>Calculatrice autorisée</i>

La qualité de la rédaction, la clarté d'expression et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des résultats.

L'énoncé est à rendre avec la copie.

EXERCICE 1

(10 points)

Une entreprise pharmaceutique fabrique un soin antipelliculaire. Elle peut produire entre 200 et 2000 litres de produit par semaine. Le résultat, en dizaines de milliers d'euros, réalisé pour la production et la vente de x centaines de litres est donné par la fonction R définie par :

$$R(x) = (5x - 30)e^{-0,25x}, \text{ pour tout réel } x \in [2 ; 20].$$

- 1) Calculer le résultat réalisé par la fabrication et la vente de 7 centaines de litre de produit. On l'arrondira à l'euro près.
- 2) Vérifier que pour la fabrication et la vente de 400 litres de produit, l'entreprise réalise un résultat négatif (appelé déficit).
- 3) Résoudre l'inéquation $R(x) \geq 0$, d'inconnue x . Interpréter dans le contexte de l'exercice.
- 4) On note R' la dérivée de la fonction R .

Un logiciel de calcul formel donne :

$$R'(x) = (-1,25x + 12,5)e^{-0,25x}.$$

En déduire la quantité de produit que l'entreprise doit produire et vendre pour réaliser le résultat maximal.

EXERCICE 2

(10 points)

On dispose d'un paquet de cartes contenant un nombre identique de cartes de la catégorie « Sciences » et de la catégorie « Economie ». Une question liée à un de ces deux thèmes figure sur chaque carte.

Les cartes sont mélangées et on en tire une au hasard dans le paquet. Ensuite, on essaye de répondre à la question posée. Un groupe de copains participe à ce jeu.

Connaissant leurs points forts et leurs faiblesses, on estime qu'il y a :

- 3 chances sur 4 de donner la bonne réponse lorsque le groupe est interrogé en sciences.
- 1 chance sur 8 de donner la bonne réponse lorsqu'il est interrogé en économie.

S est l'évènement « La question est de catégorie Sciences » et B « La réponse donnée est bonne ».

Partie A :

- 1) Calculer $P(B \cap S)$.
- 2) Déterminer la probabilité que le groupe de copains réponde correctement à la question posée.
- 3) Les évènements S et B sont-ils indépendants ?

Partie B :

Pour participer à ce jeu, on doit payer 5 € de droit d'inscription. On recevra :

- 10 € si on est interrogé en sciences et que la réponse est correcte.
- 30 € si on est interrogé en économie et que la réponse est correcte.
- Rien si la réponse donnée est fautive.

Soit X la variable aléatoire qui, à chaque partie jouée, associe son gain.

On appelle gain la différence en euros entre ce qui est reçu et les 5 € de droit d'inscription.

- 1) Déterminer la loi de probabilité de X .
- 2) Que retourne la fonction `jeu(L, G)` écrite ci-contre en langage Python et accompagnée par les listes :

$L = [-5, 5, 25]$ et $G = [0.5625, 0.375, 0.0625]$?

```
def jeu(L,G):  
    n=len(L)  
    e=0  
    for i in range(n):  
        e=e+L[i]*G[i]  
    return e
```

Indications :

- `len(L)` donne la longueur de la liste L c'est-à-dire 3.
- $L[0]$ est l'élément de rang 0 dans la liste L . Donc $L[0]$ vaut -5 ; $L[1]$ vaut 5 ; $L[2]$ vaut 25.
- De même $G[0]$ vaut 0.5625 ; $G[1]$ vaut 0.375 ; $G[2]$ vaut 0.0625.

```
L=[-5, 5, 25]  
G=[0.5625, 0.375, 0.0625]
```