21 SDS4

Exercice 1

1) L'image de -1 est $f(-1)$. Pour calculer, on remplace x par -1 dans $f(x)$

$f(-1) = -3(-1)-5$
$f(-1) = 3-5$
$f(-1) = -2$ Réponse C

2) L'image de 9 par la fonction racine carrée est $f(9)=\sqrt{9}$
$f(9)=3$ Réponse C

3) La courbe $\mathcal{C}_g$ qui représente la fonction g définie par $g(x)=3x^2-4$ contient tous les points de coordonnées $(x;y)$ tels que $y=3x^2-4$

- On remplace x par 3 pour savoir si $A(3;5)$ appartient à $\mathcal{C}_g$
$y=3(3)^2-4$
$y=3\times 27-4$
$y=77$ On ne trouve pas l'ordonnée de A.
- On remplace x par -1 pour savoir si $B(-1;-7)$ appartient à $\mathcal{C}_g$
$y=3(-1)^2-4$
$y=3-4$
$y=-1$ On ne trouve pas l'ordonnée de B
- On remplace x par 1 pour savoir si $C(1;-1)$ appartient à $\mathcal{C}_g$
$y=3(1)^2-4$
$y=-1$ c'est l'ordonnée de C. Réponse C

4) Une fonction f est paire lorsque $f(-x)=f(x)$ pour tout $x\in D$.
Donc puisque $f(4)=3$ alors on a $f(-4)=3$.
Donc l'équation $f(x)=3$ admet -4 comme autre solution
Réponse B

5) 2 et 3 sont des éléments de $[0;5]$
$2<3$
$f(2)<f(3)$ car f est croissante sur $[0;5]$
Réponse B

6) On cherche les points d'ordonnée 4 sur la courbe $\mathcal{C}_f$.
On trouve les points de coordonnées $(-0{,}5;4)$ et $(6;4)$
Donc 4 a deux antécédents qui sont $-0{,}5$ et 6
En particulier donc, 6 est un antécédent de 4. Réponse C

7) Les solutions x de l'équation $f(x)=2$ sont les antécédents de 2.
Deux points sur la courbe $\mathcal{C}_f$ ont une ordonnée égale à 2.
Il s'agit des points d'abscisses 1 et 4.
En particulier donc, 1 est un antécédent de 2 Réponse A

8) Les solutions de l'inéquation $g(x)\geqslant f(x)$ sont les abscisses pour lesquelles la courbe $\mathcal{C}_g$ est au-dessus (ou sur) la courbe $\mathcal{C}_f$. Il s'agit des valeurs de x situées dans $[2;6]$

Réponse D

Exercice 2

1) L'ensemble de définition de f est l'ensemble des valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ existe.

$D = [-2 ; 5]$.

2) Le nombre d'antécédents de 0 par f est égal au nombre de points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des abscisses. 0 a donc quatre antécédents par f.

3) La courbe "descend" quand $x \in [1 ; 3]$ donc f est décroissante.

4) Le tableau de variation de f est :

x	-2		$-0,2$		1		3		5
$f(x)$	3	$\searrow$	$-1,2$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-5	$\nearrow$	4

5) $a < b$ où a et b sont deux réels de l'intervalle $[1 ; 3]$.

$f(a) > f(b)$ car f est décroissante sur $[1 ; 3]$

6) $x \in [1 ; 5]$ peut s'écrire aussi $1 \leq x \leq 5$

$1 \leq x \leq 5$

Deux cas peuvent se présenter :

① $1 \leq x \leq 3$

$f(1) \geq f(x) \geq f(3)$

$2 \geq f(x) \geq -5$

$-5 \leq f(x) \leq 2$

② $3 \leq x \leq 5$

$f(3) \leq f(x) \leq f(5)$

$-5 \leq f(x) \leq 4$

Donc au final :

$-5 \leq f(x) \leq 4$ $\quad f(x) \in [-5 ; 4]$

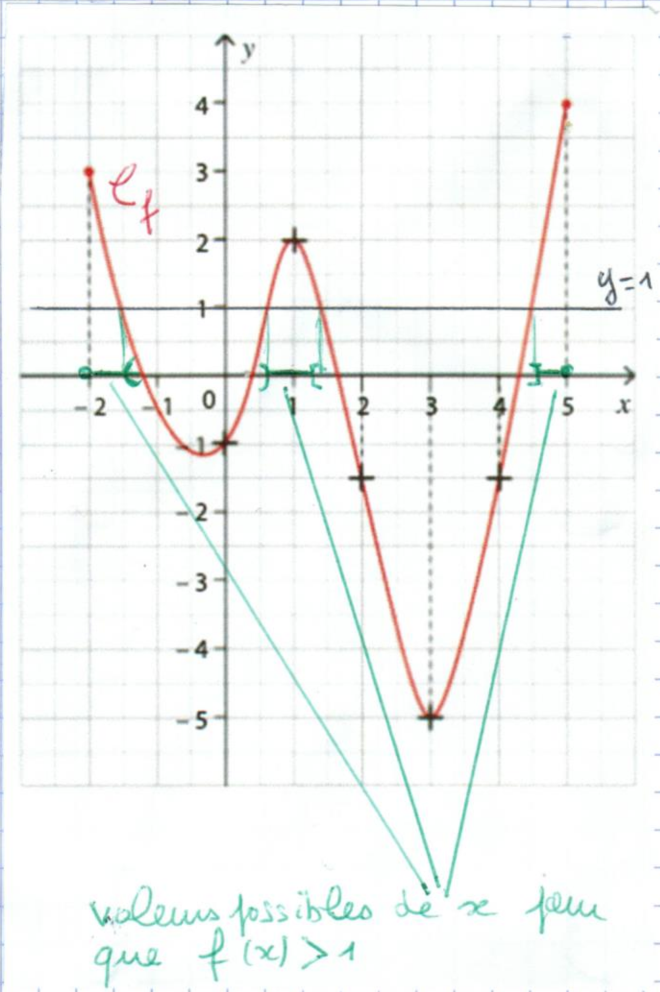
7) Le maximum correspond à l'ordonnée du plus haut point de la courbe pour $x \in [-2 ; 2]$. Le maximum est 3.
Le minimum correspond à l'ordonnée du plus bas point de la courbe pour $x \in [-2 ; 2]$. Le minimum est $-1,5$.

8) On répète la méthode vue à la question 7) mais pour $x \in [-2 ; 5]$. Le maximum de f est 4, le minimum est -5

9) On trace la droite horizontale d'équation $y = -1,5$.
Elle coupe la courbe $\mathcal{C}_f$ aux points d'abscisses 2 et 4.
Ce sont les solutions de l'équation $f(x) = -1,5$
L'ensemble des solutions est $\mathcal{S} = \{2 ; 4\}$.

10) On trace la droite horizontale d'équation $y = 1$.
Les solutions de l'inéquation $f(x) > 1$ sont les abscisses des points de la courbe situés strictement au-dessus de cette droite.
Les valeurs possibles pour x (voir le dessin à la page suivante) sont dans trois intervalles. $\mathcal{S} = [-2 ; -1,5[\cup]0,6 ; 1,4[\cup]4,5 ; 5]$

Dessin illustrant l'exercice 2 question 1c).



Exercice 3

1) La recette est l'argent récupéré par la vente.
Si la vente de 1 vase rapporte 50 €
alors la vente de x vases rapporte $50x$ €. Donc $\underline{R(x) = 50x}$

2) La recette pour 50 vases vendus est $\underline{R(50) = 50 \times 50 = 2500 \text{ €}}$
Le coût occasionné par la fabrication est $C(50) = 50^2 - 10 \times 50 + 500$
$C(50) = 2500 \text{ €}$

Donc le bénéfice pour 50 vases est $B(50) = R(50) - C(50)$
$B(50) = 2500 - 2500$
$\underline{B(50) = 0 \text{ €}}$

3) $B(x) = R(x) - C(x)$
$B(x) = 50x - (x^2 - 10x + 500)$
$B(x) = 50x - x^2 + 10x - 500$
$\underline{B(x) = -x^2 + 60x - 500}$

4) Sur la calculatrice 1) on entre avec la touche $\boxed{f(x)}$ $Y_1 = (-)X^2 + 60X - 500$
touche $\boxed{-}$
avec la touche $\boxed{(-)}$

2) 2nd $\boxed{\text{déf table}}$ DébutTbl = 0
ΔTbl = 5
Indpnt : Auto
Depnt : Auto

3) 2nd $\boxed{\text{table}}$

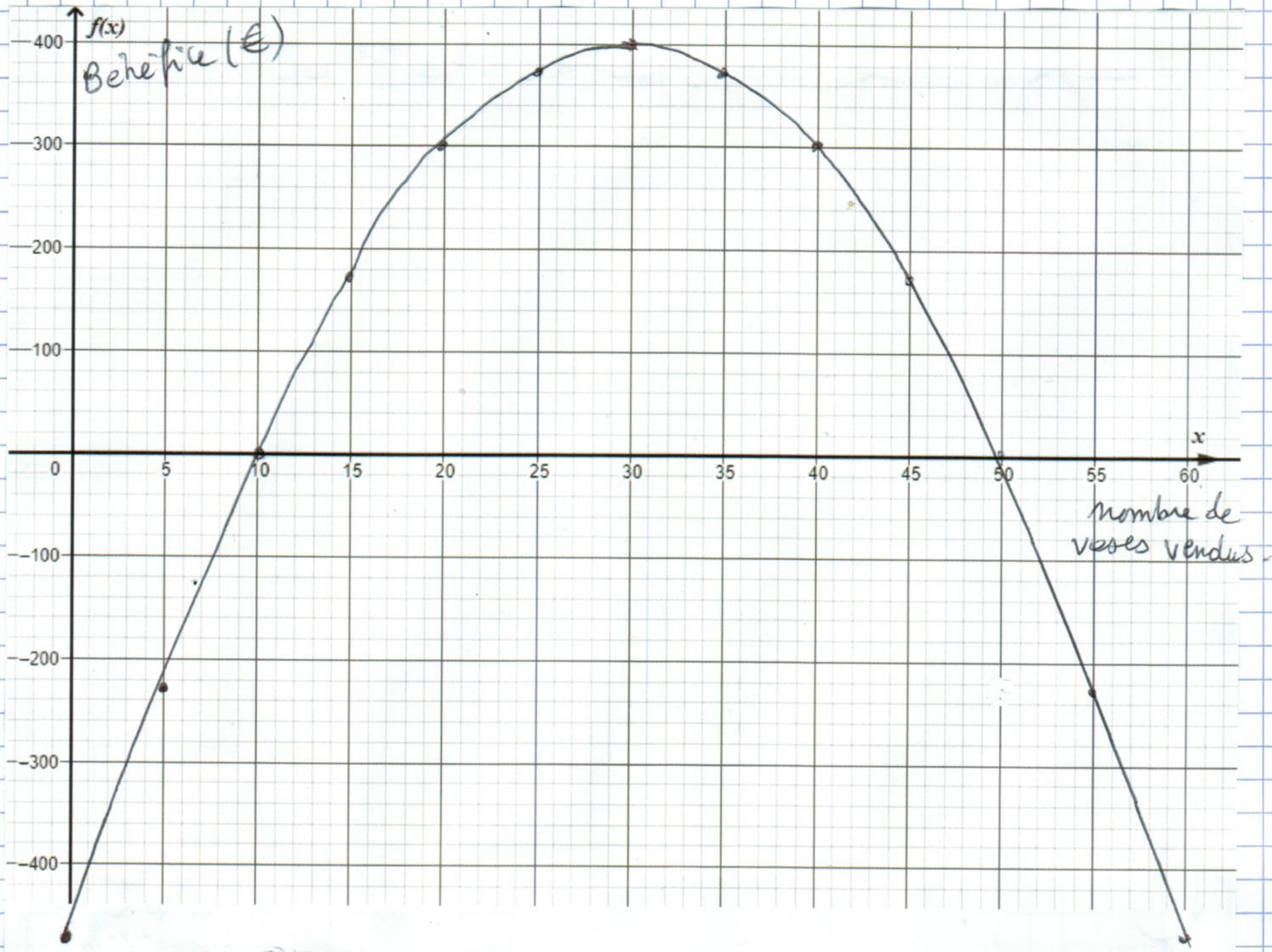
On voit alors :

NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
APP SUR + POUR ΔTbl

X	Y_1
0	-500
5	-225
10	0
15	175
20	300
25	375
30	400
35	375
40	300
45	175
50	0

X=0

5) La représentation graphique réalisée en plaçant les points dont les coordonnées sont tirées du tableau de valeurs de la question 4 est la suivante :



6) Le tableau de variation de la fonction B est :

x	0		30		60
$B(x)$	-500	↗	400	↘	-500

7) Le nombre de vases à vendre pour obtenir le bénéfice maximal est 30 vases.
Le bénéfice est alors de 400 €

Exercice 4

1) le point G est mobile sur le segment [DC] donc $x \in [0;9]$
le point E est mobile sur le segment [BC] donc $x \in [0;10]$
Comme les deux conditions doivent être vraies simultanément
alors $x \in [0;9]$

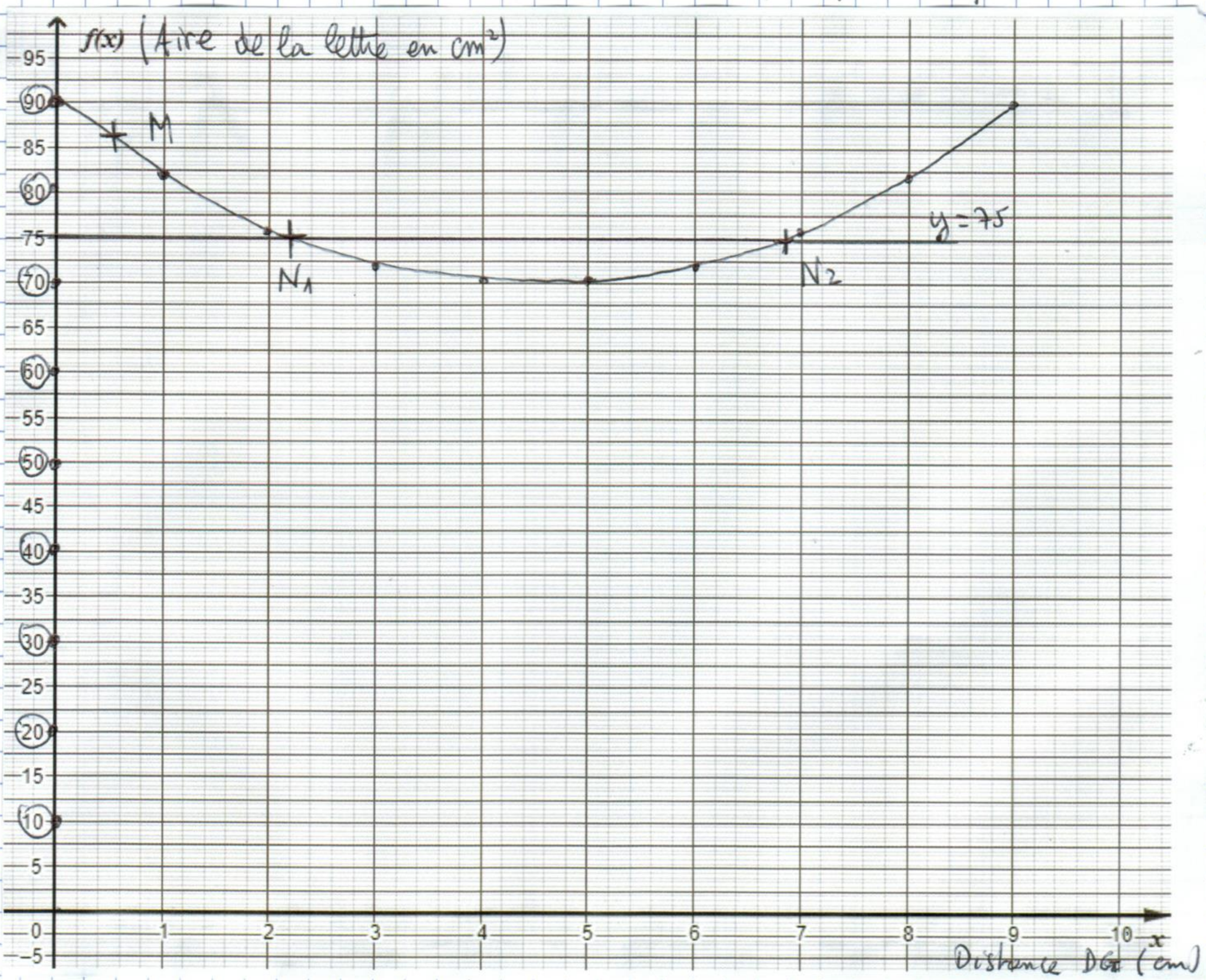
2) Aire logo = Aire_{ABCD} − Aire_{CEFG}

Aire logo = Aire_{ABCD} − $EC \times GC$
Aire logo = $10 \times 9 - x \times (9-x)$
Aire logo = $90 - 9x + x^2$
Aire logo = $x^2 - 9x + 90$

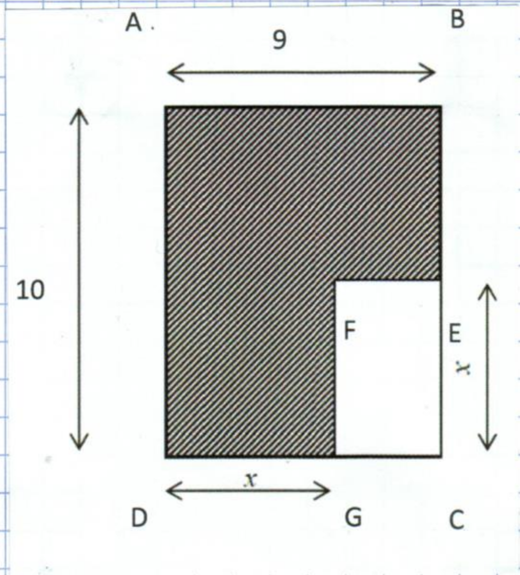
3) a)

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$f(x)$	90	82	76	72	70	70	72	76	82	90

b) Voici le tracé de la courbe de la fonction f :



4) a)



Graphiquement, le point M(0,5 ; 86) est sur la courbe donc si DG = EC = 0,5 alors l'aire de la lettre est 86 cm².

b) La droite horizontale d'équation $y = 75$ coupe la courbe aux points $N_1(2,2 ; 75)$ et $N_2(6,8 ; 75)$.
Donc pour avoir une aire de 75 cm², les valeurs de x qui conviennent sont $x = 2,2$ cm et $x = 6,8$ cm.

5) Le responsable a donc choisi la plus grande valeur de x trouvée à la question 4) b). Donc $x = 6,8$ cm.
Voici le logo avec cette valeur de x :