

Classes de S3-S4-S5-S6-S8	DEVOIR SURVEILLE DE MATHEMATIQUES n° 6	Jeudi 19 Mai 2022
NOM :		Durée : 1 heure
Prénom :		Calculatrice autorisée

L'énoncé est à rendre avec la copie.

La qualité de la rédaction, la clarté d'expression et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des résultats.

Exercice 1

(9 points)

Une société qui produit des croisillons en plastique pour faciliter la pose de carrelage s'est dotée il y a cinq ans d'une machine permettant de les emballer dans des sachets de 100 pièces. La première année, dans un prélèvement de 600 sachets, on a compté le nombre de croisillons contenus dans chacun d'eux. On a obtenu les résultats suivants.

Nombre de croisillons	97	98	99	100	101	102	Total
Effectif	12	30	120	240	180	18	600
ECC	12	42	162	402	582	600	
Fréquences (en %)	2	5	20	40	30	3	100

1. Compléter le tableau ci-dessus directement sur l'énoncé.
2. Calculer la médiane Me , le premier quartile Q_1 et le troisième quartile Q_3 ainsi que la moyenne \bar{x} et l'écart-type σ de cette série.
 - 3. a) Calculer les valeurs $\bar{x} - 2\sigma$ et $\bar{x} + 2\sigma$.
 - b) Déterminer la proportion de sachets n'appartenant pas à l'intervalle $I = [\bar{x} - 2\sigma; \bar{x} + 2\sigma]$.
 - c) Le nombre de croisillons doit appartenir à l'intervalle I pour au moins 95 % des sachets, pour que la production soit qualifiée de « normale ». Que peut-on en conclure ?
4. Cinq ans plus tard, un nouveau prélèvement donne les résultats suivants :

$Me' = 99$ croisillons ; $Q_3' - Q_1' = 4$ croisillons

La précision de la machine distribuant les pièces s'est-elle améliorée ?

argumens
 $me \Phi_3 - \Phi_1 = < \text{même flux} >$
 puis
 $\Phi_3' - \Phi_1'$
 Si $\Phi_3 - \Phi_1 < \Phi_3' - \Phi_1'$
 alors non la précision n'est pas améliorée

Exercice 2

(7 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM) comportant 7 questions.

Pour chaque question, **plusieurs réponses** peuvent être exactes.

Une combinaison correcte rapporte 1 point ; l'absence de réponse ou une combinaison incomplète ou fausse ne retire aucun point.

Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer la réponse.

Compléter sur l'énoncé le tableau des réponses situé ci-dessous :

Questions	1	2	3	4	5	6	7
Réponse(s)	D	B	B	BC	C	BC	BD

Pour les questions n° 1 à n° 4, on considère l'expression suivante :

$$H(x) = (3x - 2)^2 - 2x(3x - 2)$$

Questions		Propositions	
1	L'expression développée de $H(x)$ est :	Proposition A ✗ $-3x^2 - 16x + 4$	Proposition B ✗ $-3x^2 - 8x + 4$
		Proposition C ✗ $3x^2 - 16x + 4$	✓ Proposition D $3x^2 - 8x + 4$
2	L'expression factorisée de $H(x)$ est :	Proposition A ✗ $(3x - 2)(1^2 - 2x)$	✓ Proposition B $(3x - 2)(x - 2)$
		Proposition C ✗ $2x(3x - 2)^2$	Proposition D ✗ $(3x - 2)(x + 2)$

		Proposition A	Proposition B	Proposition C	Proposition D
3	$H(0)$ vaut :	✗ -2	✓ 4	✗ -8	✗ -4
4	Une solution de l'équation $H(x) = 0$ est :	✗ -2	✓ 2	✓ $\frac{2}{3}$	✗ 4

5	$2(3x - 1)(-2x + 8) = 0$ admet pour ensemble solution :	✗ $\left\{2; \frac{1}{3}; -4\right\}$	✗ $\{2; 4\}$	✓ $\left\{\frac{1}{3}; 4\right\}$	✗ $\left\{\frac{1}{3}; -4\right\}$
---	---	---------------------------------------	--------------	-----------------------------------	------------------------------------

Question		Propositions	
6	Quelles sont les égalités correctes parmi les égalités suivantes ?	✗ Proposition A $\frac{3}{x} + \frac{x}{x+1} = \frac{3+x}{2x+1}$	✓ Proposition B $\frac{3}{x} + \frac{x}{x+1} = \frac{3(x+1) + x^2}{x(x+1)}$
		✓ Proposition C $2 - \frac{4x+1}{3-x} = \frac{5-6x}{3-x}$	✗ Proposition D $2 - \frac{4x+1}{3-x} = \frac{7-6x}{3-x}$

		Proposition A	Proposition B	Proposition C	Proposition D
7	L'équation : $\frac{(3-x)(4x+8)}{x(x+1)} = 0$ a pour solution :	✗ 0	✓ 3	✗ -1	✓ -2

Exercice 3 A compléter directement sur l'énoncé.

(4 points)

- Indiquer (sans justifier) pour chaque affirmation si elle est vraie ou fausse.
 - Avec l'instruction `for i in range(1,4)`, la variable `i` prend toutes les valeurs entières de 1 à 4 : *Faux*.
 - Avec l'instruction `for k in range(5)`, la variable `k` prend cinq valeurs : *Vrai*.
- Compléter le programme suivant afin que la variable `A` contienne la somme des inverses de 1 à 50.

```

A=0
for i in range(1,51):
    A= A+1/i
print(A)

```

- Le 1^{er} janvier 2015, Fatima a placé sur son livret d'épargne 1500 € à un taux de 1,5 % pour acheter un scooter qui coûte 1850 €. Compléter le programme suivant afin de déterminer en quelle année Fatima pourra acheter son scooter.

```

s=1500
a=2015
while s < 1850:
    s= s * 1.015
    a= a + 1
print(a)

```

Question bonus : Donner la valeur de "a" obtenue : *2030*

1)

Nombre de croisillons	97	98	99	100	101	102	Total
Effectif	12	30	120	240	180	18	600
ECC	12	42	162	402	582	600	
Fréquences	0,02	0,05	0,20	0,40	0,30	0,03	1

2) L'effectif total est pair donc la médiane est la moyenne des 300^e et 301^e valeurs.

D'après le tableau des effectifs cumulés croissants, les 300^e et 301^e valeurs sont 100 et 100.

$$Me = \frac{100 + 100}{2}$$

$$Me = 100 \text{ croisillons.}$$

$$\frac{25}{100} \times 600 = 150$$

Q_1 est la 150^e valeur

$$Q_1 = 99$$

$$\frac{75}{100} \times 600 = 450$$

Q_3 est la 450^e valeur

$$Q_3 = 101$$

$$\bar{x} = \frac{1}{600} (12 \times 97 + \dots + 18 \times 102)$$

$$\bar{x} = 100$$

$$V = \frac{1}{600} (12 \times (97 - \bar{x})^2 + \dots + 18 \times (102 - \bar{x})^2)$$

$$\sigma = \sqrt{V}$$

$$\sigma = 1$$

3) a) $\bar{x} - 2\sigma = 100 - 2 \times 1$

$$\bar{x} - 2\sigma = 98$$

$$\bar{x} + 2\sigma = 100 + 2 \times 1$$

$$\bar{x} + 2\sigma = 102$$

b) L'intervalle $I = [98; 102]$

En dehors de cet intervalle il y a 12 sachets qui contiennent 97 croisillons.

$$\frac{12}{600} = 0,02$$

soit 2% comme proportion de sachets n'appartenant pas à l'intervalle I.

c) 98% des sachets appartiennent à l'intervalle I.

Donc la machine d'emballage est bien réglée. La production est "normale".

4) L'écart interquartile était $Q_3 - Q_1 = 101 - 99 = 2$ initialement. Il est passé à 4 et a donc augmenté.

La dispersion a donc augmenté.

La précision de la machine ne s'est pas améliorée.

Exercice 2

$$H(x) = (3x-2)^2 - 2x(3x-2) \quad \text{Forme donnée dans l'énoncé}$$

$$H(x) = (3x-2)((3x-2) - 2x)$$

$$H(x) = (3x-2)(x-2) \quad \text{Forme factorisée}$$

$$H(x) = 3x^2 - 6x - 2x + 4$$

$$H(x) = 3x^2 - 8x + 4 \quad \text{Forme développée}$$

Question 1 D

Question 2 B

Question 3 $H(0) = 3(0)^2 - 8(0) + 4$
 $H(0) = 4$

B

Question 4 on utilise la forme factorisée pour pouvoir utiliser la règle du produit de facteurs nul:

$$H(x) = 0$$

$$(3x-2)(x-2) = 0$$

$$3x-2=0 \quad \text{ou} \quad x-2=0$$

$$3x=2 \quad \text{ou} \quad x=2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$P = \left\{ \frac{2}{3}; 2 \right\} \quad \underline{B, C}$$

Question 5 $2(3x-1)(-2x+8) = 0$

$$3x-1=0 \quad \text{ou} \quad -2x+8=0$$

$$3x=1 \quad \text{ou} \quad 8=2x$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$4=x$$

$$P = \left\{ \frac{1}{3}; 4 \right\} \quad \underline{C}$$

Question 6 Soit $A = \frac{3}{x} + \frac{x}{x+1}$

$$A = \frac{3(x+1)}{x(x+1)} + \frac{x^2}{x(x+1)}$$

$$A = \frac{x^2 + 3x + 3}{x(x+1)} \neq \frac{3+x}{2x+1}$$

Soit $B = \frac{3}{x} + \frac{x}{x+1}$

$$B = \frac{3(x+1) + x^2}{x(x+1)} \quad \text{vrai}$$

Soit $C = 2 - \frac{4x+1}{3-x}$

$$C = \frac{2(3-x) - (4x+1)}{3-x}$$

$$C = \frac{6 - 2x - 4x - 1}{3-x}$$

$$C = \frac{-6x + 5}{3-x} = \frac{5-6x}{3-x} \quad \text{vrai}$$

Soit $D = 2 - \frac{4x+1}{3-x} \neq \frac{7-6x}{3-x}$ Dne B, C

Question 7 $\frac{A}{B} = 0$ équivaut à $A = 0$ et $B \neq 0$

Dne ici $\frac{(3-x)(4x+8)}{x(x+1)} = 0$ équivaut à $(3-x)(4x+8) = 0$
et $x(x+1) \neq 0$

c'est à dire $(3-x) = 0$ ou $4x+8=0$ et $x \neq 0$ et $x+1 \neq 0$
 $x=3$ ou $x=-2$ Dne réponses B, D

(2)

Exercice 3

1) a) Faux - Dans `for i in range(a, b)` (`a` et `b` sont des entiers) la valeur `b` n'est jamais prise. la valeur de `i` va de `a` à `b-1`.

b) Vrai - Dans `for i in range(a)` où `a` est un entier strictement supérieur à zéro, `i` prend `a` valeurs.
• Par exemple `for i in range(4)`, `i` prend les valeurs 0 1 2 3 soit 4 valeurs.
• Si `a = 0` ou si `a < 0` alors `i` prend aucune valeur.

2)

```
A = 0
for i in range(1, 51):
    A = A + 1/i
print(A)
```

`i` prendra les valeurs entières de 1 à 50. cumule à chaque tour de la boucle l'inverse de `i` dans `A`.

Affiche `A`

3)

```
s = 1500
a = 2015
while s < 1850:
    s = s * 1.015
    a = a + 1
print(a)
```

C'est la condition contraire de ce qu'on veut à la sortie de boucle.

À chaque tour de boucle la valeur de `s` est augmentée de 1,5% par rapport à la valeur précédente de `s`.

Augmente la valeur de `a` de 1. On dit qu'on incrémente `a` de 1 à chaque tour de boucle.

Question bonus

Année	Capital
2015	1500
2016	$1500 \times 1,015 = 1522,5$
2017	$1522,5 \times 1,015 = 1545,3$
2019	$= 1847,6$
2030	$1847,6 \times 1,015 = 1875,3 > 1850$

Donc le programme renvoie la valeur de `a` égale à 2030 ce qu'on peut trouver en programmant l'algorithme en Python ou le calculatrice.