22 BJS6

Exercice 1

1) $a^2 - b^2$ se factorise en $(a-b)(a+b)$ Réponse B

2) $(4x-5)^2 = (4x)^2 - 2(4x)(5) + (5)^2$
$= 16x^2 - 40x + 25$ Réponse A

3) $64x^2 + 48x + 9 = (8x)^2 + 2 \times 8x \times 3 + 3^2$
$= (8x+3)^2$ Réponse B

4) Si le taux d'évolution est t alors le coefficient multiplicateur est $c = 1+t$.
Donc si $c = 0{,}67$ alors $0{,}67 = 1+t$
$0{,}67 - 1 = t$
$-0{,}33 = t$ soit -33% Réponse B

5) Une hausse avec un taux $t = 50\% = 0{,}50$ correspond à multiplier par $c = 1+t$
$c = 1{,}5$ Réponse C

6) Sur 31 groupes, 12 viennent de France
Donc $31 - 12 = 19$ ne viennent pas de France
soit une proportion de $\frac{19}{31} = 0{,}61$ soit 61% Réponse A

7) le coefficient multiplicateur global est
$1{,}30 \times 1{,}20 = 1{,}56$ soit 56% d'augmentation Réponse B

8) Baisse de 45% revient à multiplier par
$1 - \frac{45}{100} = 0{,}55$
Si on veut retrouver la valeur de départ, il faut multiplier par le nombre c tel que $0{,}55 \times c = 1$
$c = \frac{1}{0{,}55} = 1{,}818$
$\approx 1{,}82$
Soit une augmentation de 82% Réponse A

Exercice 2

1)

Arbitre 1 :

Nombre de Fautes	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	*Total*
Nombre de match	2	6	9	4	0	8	6	2	0	3	40
Effectifs cumulés croissants	2	8	17	21	21	29	35	37	37	40	X

Arbitre 2 :

Nombre de Fautes	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	*Total*
Nombre de match	3	2	3	6	8	8	1	2	3	4	40
Effectifs cumulés croissants	3	5	8	14	22	30	31	33	36	40	X

2) Soit $\bar{x}_1$ la moyenne des fautes sifflées par l'arbitre 1.

$\bar{x}_1 = (n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_{10} x_{10}) / n$

$\bar{x}_1 = 2 \times 20 + 6 \times 21 + \dots + 3 \times 29 / 40$ $\underline{\bar{x}_1 = 23{,}825 \text{ fautes}}$

Soit $\bar{x}_2$ la moyenne des fautes sifflées par l'arbitre 2.

$\bar{x}_2 = (n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_{10} x_{10}) / n$

$\bar{x}_2 = (3 \times 20 + 2 \times 21 + \dots + 4 \times 29) / 40$ $\bar{x}_2 = 24{,}45$ fautes $> \bar{x}_1$

<u>l'arbitre 2 siffle le plus de fautes.</u>

3) Soit V_1 la variance pour l'arbitre 1

$V_1 = \frac{1}{n}\left(n_1(x_1 - \bar{x}_1)^2 + n_2(x_2 - \bar{x}_1)^2 + \dots + n_{10}(x_{10} - \bar{x}_1)^2\right)$

$\sigma_1 = \sqrt{V_1}$ $\sigma_1 = 2{,}4989$ fautes $= 2{,}5$

Soit V_2 la variance pour l'arbitre 2

$V_2 = \frac{1}{n}\left(n_1(x_1 - \bar{x}_2)^2 + n_2(x_2 - \bar{x}_2)^2 + \dots + n_{10}(x_{10} - \bar{x}_2)^2\right)$

$\sigma_2 = \sqrt{V_2}$ $\sigma_2 = 2{,}51942$ fautes $= 2{,}5$

<u>la régularité des arbitres est la même</u>

4) La médiane est la moyenne des 20e et 21e valeurs

$\frac{25}{100} \times 40 = 10$. le 1er quartile est la 10e valeur

$\frac{75}{100} \times 40 = 30$ le 3e quartile est la 30e valeur.

	M	Q_1	Q_3
arbitre 1	23	22	26
arbitre 2	24	23	25

<u>l'arbitre 2</u> a une médiane plus grande donc il <u>siffle le plus de fautes.</u>

5) On calcul l'écart interquartile pour l'arbitre 1 : $Q_3 - Q_1 = 26 - 22 = 4$

pour l'arbitre 2 : $Q_3 - Q_1 = 25 - 23 = 2 < 4$ donc l'arbitre 2 est plus régulier.

2

Exercice 3

1) $A(x) = (6x-3)(-2x-4)$

$6x-3=0$
$6x=3$
$x=\frac{1}{2}$

$-2x-4=0$
$-2x=4$
$x=-2$

x	$-\infty$		-2		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
signe de $6x-3$		$-$	|	$-$	0	$+$	
signe de $-2x-4$		$+$	0	$-$	|	$-$	
signe de $A(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

2) $C(x) = \dfrac{(-5x-10)(7x+21)}{x-5}$

$-5x-10=0$
$-10=5x$
$-2=x$

$7x+21=0$
$7x=-21$
$x=-3$

$x-5=0$
$x=5$

x	$-\infty$		-3		-2		5		$+\infty$
signe de $-5x-10$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
signe de $7x+21$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
signe de $x-5$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
signe de $C(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	||	$-$	

Exercice 4

1) le nombre de pieds de buis en février sera $75000 \times 0,85 = \underline{63750}$

2) Soit x le nombre de pieds en décembre 2022

On a $x \times 0,85 = 75000$

$$x = \frac{75000}{0,85} = \underline{88235}$$

3) le taux d'évolution global est t

On a $C = 1 + t$

en janvier : 75000

en mars $75000 \times C = 60562$

$$C = \frac{60562}{75000}$$

$$C = 0,80749$$

$$1 + t = 0,80749$$

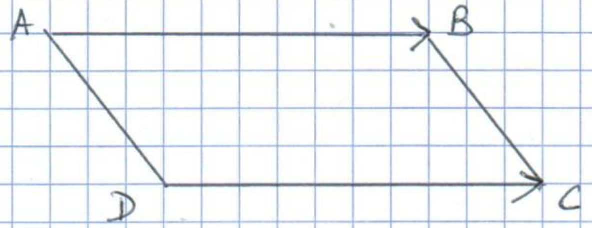
$$t = 0,80749 - 1$$

$$t = -0,1925$$

Soit $-19,25\%$ de taux global

Exercice 5

1) Pour montrer que ABCD est un parallélogramme, montrons que



$\vec{AB} = \vec{DC}$

$\vec{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ $\vec{AB}\begin{pmatrix} -1 - (-2) \\ 1 - 5 \end{pmatrix}$ $\vec{AB}\begin{pmatrix} -1+2 \\ -4 \end{pmatrix}$ $\vec{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$

$\vec{DC}\begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix}$ $\vec{DC}\begin{pmatrix} 3 - 2 \\ 0 - 4 \end{pmatrix}$ $\vec{DC}\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$ en effet $\vec{AB} = \vec{DC}$

Donc <u>ABCD est un parallélogramme</u>

2) Le centre E est le milieu de la diagonale [AC] (et aussi de [BD]

$E\left(\frac{x_A + x_C}{2} ; \frac{y_A + y_C}{2} \right)$

$E\left(\frac{-2+3}{2} ; \frac{5+0}{2} \right)$ $\underline{E\left(\frac{1}{2} ; \frac{5}{2} \right)}$

3) $\|\vec{AE}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ où $\vec{AE}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

$\vec{AE}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} - (-2) \\ \frac{5}{2} - 5 \end{pmatrix}$ $\vec{AE}\begin{pmatrix} \frac{5}{2} \\ -\frac{5}{2} \end{pmatrix}$

$\|\vec{AE}\| = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(-\frac{5}{2}\right)^2}$

$\|\vec{AE}\| = \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{25}{4}}$

$\|\vec{AE}\| = \sqrt{\frac{25}{2}}$

$\|\vec{AE}\| = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{2}}$

$\|\vec{AE}\| = \frac{5}{\sqrt{2}}$ $\underline{\|\vec{AE}\| = \frac{5\sqrt{2}}{2}}$