

23SD53 Exercice 1

• Question 1

Lorsque N vaut 5 la condition du Si $N > 10$ est fausse.

Donc l'instruction qui sera exécutée est $X \leftarrow N + 3$

Donc X prend la valeur $5 + 3$ c'est à dire 8.

• Question 2

Pour que b contienne finalement la valeur 0, il faut que $a^2 - 4 = 0$
ou encore $a^2 = 4$ c'est à dire $a = 2$ ou $a = -2$

$$a = 2 \text{ lorsque } x + 2 = 2$$

$$x = 0$$

$$a = -2 \text{ lorsque } x + 2 = -2$$

$$x = -4$$

Seule la réponse -4 est proposée

• Question 3

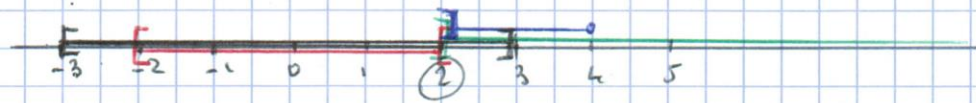
On peut dessiner les quatre intervalles:

$$[-3; 3]$$

$$[-2; 2[$$

$$]2; +\infty[$$

$$]2; 4]$$



Le nombre 2 est dans l'intervalle $[-3; 3]$

• Question 4

$$x \geq 4 \text{ s'écrit } \underline{x \in [4; +\infty[}$$

• Question 5

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 1$$

$$f(-4) = 2(-4)^2 - 3(-4) + 1$$

$$f(-4) = 2 \times 16 + 12 + 1$$

$$f(-4) = 32 + 12 + 1$$

$$\underline{f(-4) = 45}$$

• Question 6

Dire que $\mathcal{D}$ est l'ensemble de définition de la fonction g signifie que $g(x)$ peut être calculé lorsque $x \in \mathcal{D}$.

Graphiquement cela signifie que la courbe représentative $\mathcal{C}_g$ existe lorsque les abscisses des points de $\mathcal{C}_g$ appartiennent à $\mathcal{D}$.

Donc la réponse est:

des abscisses des points de $\mathcal{C}_g$.

Exercice 2

1) On regarde sur l'axe des abscisses.

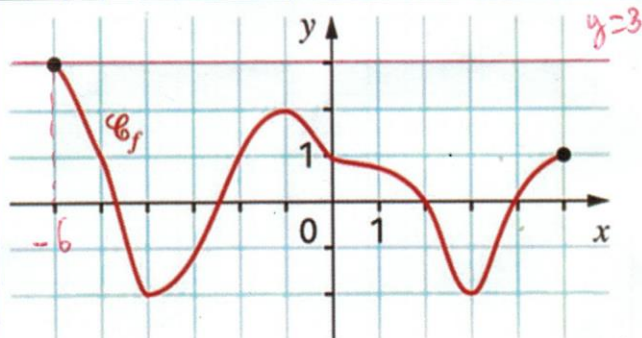
la courbe existe pour $x \in [-6; 5]$

Donc l'ensemble de définition de f est $[-6; 5]$

2) a) on trace la droite horizontale d'équation $y = 3$

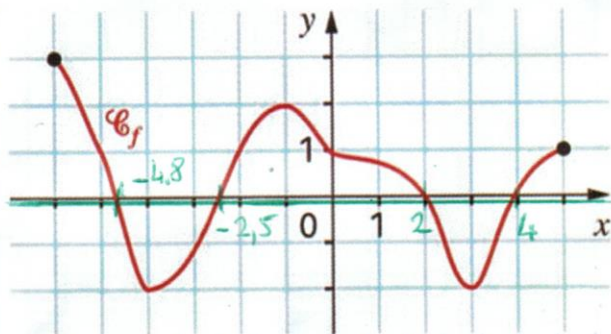
Elle coupe la courbe au point d'abscisse $x = -6$

Donc $f(x) = 3$ a pour ensemble de solutions $\mathcal{S} = \{-6\}$



b) Pour $f(x) = 0$, la droite d'équation $y = 0$ est déjà tracée.

C'est l'axe des abscisses. la courbe C_f coupe 4 fois l'axe des abscisses en $x = -4,8$ $x = -2,5$ $x = 2$ $x = 4$

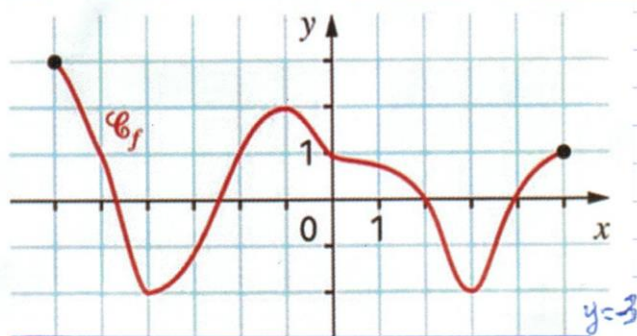


Donc

$f(x) = 0$ a pour ensemble de solutions

$$\mathcal{S} = \{-4,8; -2,5; 2; 4\}$$

c) Pour $f(x) = -3$, on trace la droite d'équation $y = -3$. Elle ne coupe pas la courbe C_f



Pas d'intersection donc pas de solution à l'équation

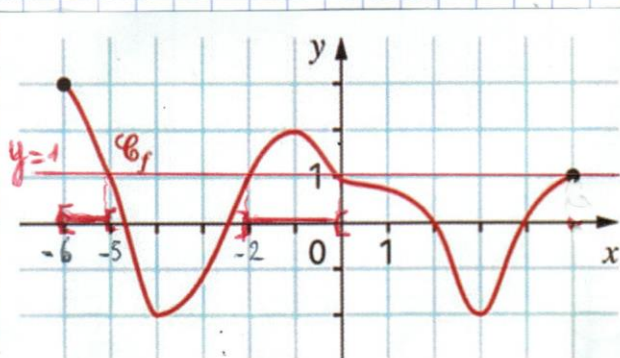
$$f(x) = -3$$

Donc l'ensemble de solutions est vide.

$$\mathcal{S} = \emptyset$$

d) Pour $f(x) > 1$, on trace la droite d'équation $y = 1$.

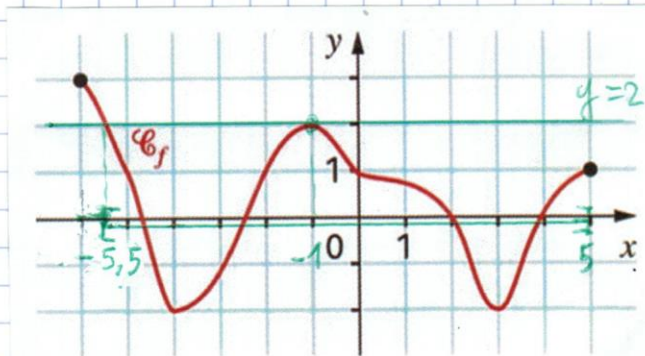
les solutions sont les abscisses des points de C_f situés au-dessus strictement de la droite.



$$\mathcal{S} = [-6; -5[\cup]-2; 0[$$

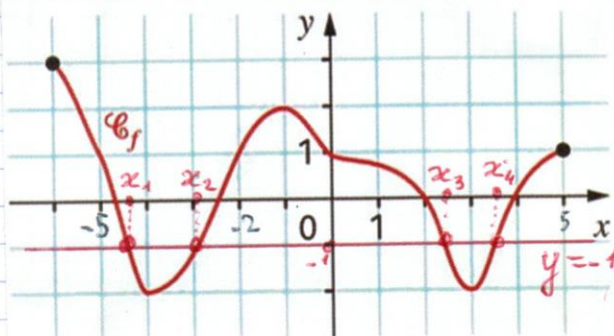
e) $f(x) \leq 2$

On trace la droite d'équation $y=2$.
Les solutions sont les abscisses des points de $\mathcal{C}_f$ situés en-dessous ou sur la droite.

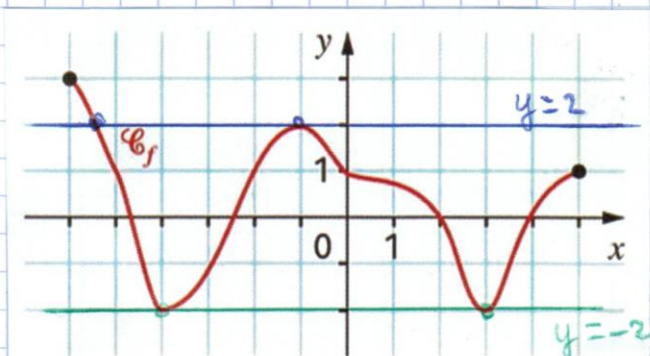


$$S = [-5,5 ; 5]$$

- 3) Pour que l'équation $f(x)=k$ admette exactement quatre solutions, il faut choisir une valeur de k (sur l'axe des ordonnées) telle que la droite d'équation $y=k$ coupe exactement quatre fois la courbe $\mathcal{C}_f$.
Par exemple pour $k=-1$ on a quatre solutions x_1, x_2, x_3 et x_4 .



- 4) Pour que l'équation $f(x)=m$ admette exactement deux solutions, il faut choisir une valeur de m (sur l'axe des ordonnées) telle que la droite d'équation $y=m$ coupe exactement deux fois $\mathcal{C}_f$.



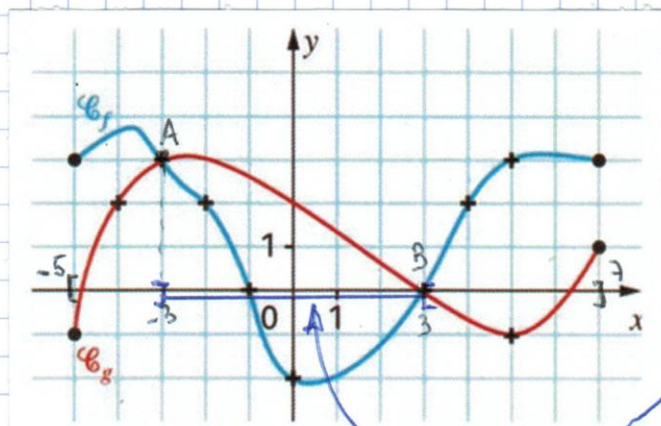
Il y a deux valeurs de m qui répondent à cette question:
 $m=-2$ et $m=2$

Exercice 3

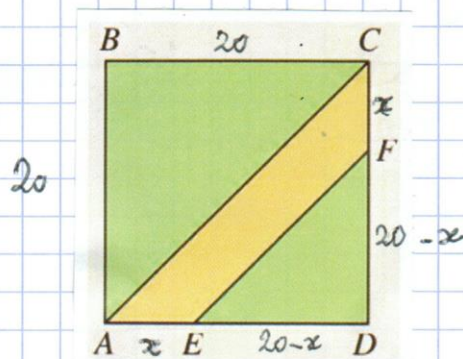
1) les courbes C_f et C_g existent lorsque $x \in [-5; 7]$.
leur ensemble de définition est donc $[-5; 7]$

2) a) les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des points d'intersection A et B des deux courbes.
Donc l'ensemble des solutions de l'équation est $S = \{-3; 3\}$

b) les solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$ sont les abscisses des points de C_f strictement en dessous de C_g .
Donc l'ensemble des solutions de l'inéquation est $S =]-3; 3[$



Exercice 4



1) $ED = 20 - x$ et $DF = 20 - x$

- 2) Soit A_{ABCD} l'aire du carré ABCD
 A_{ABC} l'aire du triangle ABC
 A_{DEF} l'aire du triangle DEF
 A_{ACFE} l'aire de l'aire AECF

$$A_{ACFE} = A_{ABCD} - A_{ABC} - A_{DEF}$$

$$A_{ACFE} = AB \times BC - \frac{1}{2} (AB \times BC) - \frac{1}{2} (ED \times DF)$$

$$A_{ACFE} = \frac{1}{2} (AB \times BC) - \frac{1}{2} (ED \times DF)$$

$$A_{ACFE} = \frac{1}{2} (20 \times 20) - \frac{1}{2} (20 - x)(20 - x)$$

$$A_{ACFE} = 200 - \frac{1}{2} (400 - 20x - 20x + x^2)$$

$$A_{ACFE} = 200 - 200 + 20x - \frac{1}{2} x^2$$

$$A_{ACFE} = -\frac{1}{2} x^2 + 20x$$

3) a) $A_{ACFE} = \frac{1}{4} \times A_{ABCD}$

$$-\frac{1}{2} x^2 + 20x = \frac{1}{4} \times (20 \times 20)$$

$$0 = \frac{1}{2} x^2 - 20x + 100$$

Si on multiplie les deux membres par 2 on obtient l'équation $0 = x^2 - 40x + 200$
 La solution de cette équation qui se trouve dans l'intervalle $[0; 20]$ (ce sont les valeurs possibles pour x lorsque le point E se trouve sur le segment $[AD]$) donne la solution au problème.

b) On développe $(20 - 10\sqrt{2} - x)(20 + 10\sqrt{2} - x) = 0$
 $(20 \times 20 + 20 \times 10\sqrt{2} - 20x - 10\sqrt{2} \times 20 - 10\sqrt{2} \times 10\sqrt{2} + 10\sqrt{2}x - 20x - 10\sqrt{2}x + x^2 = 0$
 $400 + 200\sqrt{2} - 20x - 200\sqrt{2} - 200 + 10\sqrt{2}x - 20x - 10\sqrt{2}x + x^2 = 0$
 $200 - 40x + x^2 = 0$
 On retrouve bien l'équation du 3) a)

c) Un produit de facteurs est nul si et seulement si un des facteurs est nul.

$$(20 - 10\sqrt{2} - x)(20 + 10\sqrt{2} - x) = 0$$

$$(20 - 10\sqrt{2} - x) = 0$$

$$20 - 10\sqrt{2} = x$$

$$5,858 \approx x$$

ou

$$(20 + 10\sqrt{2} - x) = 0$$

ou

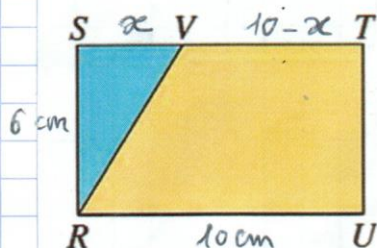
$$20 + 10\sqrt{2} = x$$

$$34,142 \approx x$$

Mais on sait que $x \in [0; 20]$.

Donc la valeur de x arrondie au centimètre près est 5,86 m.

Exercice 5



- 1) Soit A_{RSTU} l'aire du rectangle RSTU
et A_{RSV} l'aire du triangle RSV.

On veut que $A_{RSV} \leq \frac{1}{4} A_{RSTU}$

Soit x la distance SV. On a $x \in [0; 10]$

$$\frac{1}{2} \times SV \times RS \leq \frac{1}{4} RS \times RU$$

$$\frac{1}{2} \times x \times 6 \leq \frac{1}{4} \times 6 \times 10$$

$$3x \leq 15$$

$$x \leq 5$$

Donc $SV \in [0; 5]$ ce qui correspond à placer V sur la première moitié du segment $[ST]$ en partant de S.

- 2) a) Pour $x = 50$ cartes, le prix à payer est $\text{tarif} = 0,2 \times 50$
 $\text{tarif} = 10 \text{ €}$

- b) Pour $x = 130$ cartes, le prix est :
100 premières cartes : $0,2 \times 100$
30 cartes suivantes : $0,15 \times 30$

Soit un $\text{tarif} = 0,2 \times 100 + 0,15 \times 30 = 20 + 0,15 \times 30$
 $\text{tarif} = 24,5 \text{ €}$

€ prix des 100 premières cartes

c)

def facture (x) :

if $x \leq 100$:

tarif = $0.2 * x$

else :

tarif = $20 + 0.15 * (x - 100)$

return tarif

- 3) la quantité x de cartes doit être telle que le prix total $20 + 0,15(x - 100) \leq 150$

On résout cette inéquation :

$$20 + 0,15(x - 100) \leq 150$$

$$20 + 0,15x - 15 \leq 150$$

$$0,15x + 5 \leq 150$$

$$0,15x \leq 145$$

$$x \leq \frac{145}{0,15}$$

$$\frac{145}{0,15} = 966,67$$

la quantité de cartes doit être inférieure ou égale à 966

(7)