Sachant que n est un entier positif, trouver une primitive de f.

$$f: x \mapsto -5e^x e^{xn}$$

On donnera directement l'expression algébrique de F(x)

$$-\frac{5}{n+1}e^{(n+1)x}$$



Solution

On simplifie:

 $f(x) = -5e^{(n+1)x}$ où n est une constante entière naturelle.

Pour trouver une primitive de $e^{u(x)}$, on part de $e^{u(x)}$

Si
$$F(x) = e^{(n+1)x}$$
 alors $F'(x) = (n+1)e^{(n+1)x}$ (on utilise la formule $(e^u)' = u'e^u$ avec $\begin{cases} u(x) = (n+1)x \\ u'(x) = n+1 \end{cases}$)

On corrige le facteur (n+1) en multipliant par $\frac{1}{n+1}$

Si
$$F(x) = \frac{1}{n+1}e^{(n+1)x}$$
 alors $F'(x) = \frac{1}{n+1}(n+1)e^{(n+1)x}$

$$F'(x) = e^{(n+1)x}$$

Donc
$$F(x) = -\frac{5}{n+1}e^{(n+1)x}$$