

N°48027

Dans une équipe de professeurs composée de 29 femmes et 32 hommes, on doit constituer un jury de 4 professeurs pour l'oral du Bac.

Combien de jurys peut-on constituer ?

521855



Correct 😊

Il y a $29 + 32 = 61$ personnes dans l'équipe $E = \{M01 ; M02 ; \dots ; M32 ; Mme01 ; Mme02 ; Mme29\}$

Dans un jury de quatre personnes l'ordre ne compte pas.

Par exemple :

$$\{M01 ; Mme18 ; Mme22 ; M17\} = \{Mme18 ; Mme22 ; M01 ; M17\}$$

Donc un jury est une partie à quatre éléments parmi les 61 éléments de E .

Le nombre de parties à 4 éléments parmi 61 (ou nombre de combinaisons de 4 parmi 61) est $\binom{61}{4} = 521855$

Combien de jurys peut-on constituer en respectant la parité ?

201376



Correct 😊

Valider

Le nombre de façons de choisir les deux hommes parmi 32 est $\binom{32}{2}$.

Pour chacune de ces façons il y a $\binom{29}{2}$ façon de choisir les deux femmes parmi 29.

Donc il y a $\binom{32}{2} \times \binom{29}{2} = 201376$ jurys possibles avec deux femmes et deux hommes (c'est à dire respectant la parité hommes - femmes).

Combien de jurys ayant au moins une femme et au moins un homme peut-on constituer ?

462144



Correct 😊

Valider

L'énoncé dit au moins une femme et au moins un homme.

On cherche donc le complémentaire :

Nombre de jurys avec aucun homme : Il y a 29 femmes. Donc il y a $\binom{29}{4}$ jurys avec aucun homme.

Nombre de jurys avec aucune femme : Il y a 32 hommes. Donc il y a $\binom{32}{4}$ jurys avec aucune femme.

Puisqu'il y a $\binom{61}{4} = 521855$ jurys au total, il reste donc

$\binom{61}{4} - \binom{29}{4} - \binom{32}{4} = 462144$ jurys comportant au moins un homme et au moins une femme.

Combien de jurys peut-on constituer sachant que madame Mat refuse d'être avec monsieur Bio ?

520144



Correct 😊

Il faut prendre le nombre total de jurys $\binom{61}{4} = 521855$ jurys au total auquel on retire le nombre de jurys avec Mme Mat et M Bio présents simultanément.

Calcul du nombre de jurys avec Mme Mat et M Bio présents simultanément :

On prend Mme Mat et M Bio puis on complète avec deux professeurs parmi les 59 restants :

Il y a donc $\binom{59}{2}$ jurys où sont présents simultanément Mme Mat et M Bio.

Donc le nombre de jurys qui ne contiennent pas simultanément Mme Mat et M Bio est :

$$\binom{61}{4} - \binom{59}{2} = 520144.$$