N°48035

Dans une urne il y a 7 boules rouges et 5 boules vertes. Les boules sont indiscernables au toucher.

On tire 3 boules successivement sans remise. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 2 boules rouges ?

$$\frac{21}{44}$$

Correct

V2	V3	V4	V5
R5	R6	R7	V1
R1	R2	R3	R4

12 boules

Un tirage sans remise de 3 boules est une partie à trois éléments de

$$E = \{R1\,;R2\,;R3\,;R4\,;R5\,;R6\,;R7\,;V1\,;V2\,;V3\,;V4\,;V5\}$$

Par exemple des tirages sont $\{R1\,;R7\,;V1\}$ ou $\{R1\,;R6\,;R7\}$

Il y a $\binom{12}{3} = 220$ tirages possibles.

Pour obtenir un tirage avec 1 boule verte et 2 boules rouges, il faut 1 boule verte parmi les cinq vertes.

La boule verte étant tirée, il faut 2 boules rouges parmi les sept rouges.

Il y a donc $\binom{5}{1} \times \binom{7}{2} = 105$ tirages possibles qui contiennent une verte et deux rouges.

Donc la probabilité d'avoir un tel tirage est

$$\frac{105}{220} = \frac{21}{44}$$

On tire 3 boules successivement avec remise. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 2 boules rouges ?

$$\frac{245}{576}$$

Correct

Les boules sont tirées avec remise. Donc les tirages sont identiques et indépendants. Et il n'y a que deux issues possibles à chaque épreuve : la boule est rouge avec une probabilité $p = \frac{7}{12}$ ou bien la boule n'est pas rouge.

Donc la variable aléatoire X qui compte le nombre de boules rouges sur trois tirages suit la **loi binomiale** de paramètres $n = 3$ et $p = \frac{7}{12}$.

En saisissant la formule sur la calculatrice (`binomFdp(3,7/12,2)` sur TI 83 CE) on trouve $P(X = 2) = \frac{245}{576}$

Remarque

On peut aussi faire le calcul manuellement sans utiliser les fonctions de distributions sur la calculatrice :

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\times p^k\times q^{n-k}$$

$$P(X=2)=\binom{3}{2}\times\left(\frac{7}{12}\right)^2\times\left(\frac{5}{12}\right)^{3-2}$$

$$P(X=2)=3\times\left(\frac{7}{12}\right)^2\times\left(\frac{5}{12}\right)^1$$

$$P(X=2)=3\times\frac{49}{144}\times\frac{5}{12}$$

$$P(X=2)=\frac{3\times 49\times 5}{144\times 12}$$

$$P(X=2)=\frac{735}{1728}$$

$$P(X=2)=\frac{\mathbf{245}}{\mathbf{576}}$$

On tire 3 boules simultanément. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement 2 boules rouges ?

$$\frac{\mathbf{21}}{\mathbf{44}}$$

Correct

Les tirages de 3 boules **simultanément** sont **des parties** à 3 éléments parmi les 12 boules

V2	V3	V4	V5
R5	R6	R7	V1
R1	R2	R3	R4

Par exemple $\{V1\,;R5\,;R6\}$; $\{V1\,;V4\,;V5\}$ etc.

A noter que $\{V1\,;V4\,;V5\}=\{V1\,;V5\,;V4\}$ car dans une partie l'ordre n'a pas d'importance.

Le nombre de parties possibles à 3 éléments parmi 12 est $\binom{12}{3}=220$.

Le nombre de parties qui contiennent 2 boules rouges et une boule verte est $\binom{7}{2}\times\binom{5}{1}$ car il y a $\binom{7}{2}=21$ parties à 2 boules rouges parmi les 7 boules rouges et après avoir pris les boule srouges il y a encore $\binom{5}{1}=5$ façons de choisir la boule verte.

Finalement il y a $\binom{7}{2}\times\binom{5}{1}=21\times 5=105$ tirages simultanés de 3 boules qui contiennent exactement deux boules rouges. Donc la probabilité d'obtenir ce type de tirage est $\frac{105}{220}=\frac{21}{44}$.