Test n°2

1) Au départ le capital est de 10000 € donc $c_0 = 10000$.
Multiplier par 1,0175 revient à augmenter de 1,75%
donc le capital de l'année précédente c_n devient
$1,0175\, c_n$
On retire 225 € à ce capital, donc en fin d'année suivante
on a $c_{n+1} = 1,0175\, c_n - 225$.

2) Soit la propriété $P(n)$: $c_n \leq 10000$
- Initialisation
$c_0 = 10000$ donc $c_0 \leq 10000$. <u>$P(0)$ est vraie</u>

- Hérédité
Supposons que pour un certain entier naturel k on ait
$c_k \leq 10000$
Montrons qu'alors $c_{k+1} \leq 10000$

$$c_k \leq 10000$$
$$1,0175\, c_k - 225 \leq 1,0175 \times 10000 - 225$$
$$c_{k+1} \leq 1,0175 \times 10000 - 225$$
$$c_{k+1} \leq 9950$$
donc $c_{k+1} \leq 10000$ <u>$P(n)$ est héréditaire.</u>

- Conclusion
$P(n)$ est vraie pour le premier rang $n=0$
$P(n)$ est héréditaire.
Donc $P(n)$ est vraie pour tout entier naturel n.

3) $c_0 = 10000$
$c_1 = 1,0175\, c_0 - 225 = 10175 - 225 = 9950$

On conjecture que la suite (c_n) est décroissante.
Démontrons par récurrence la propriété $P(n)$: $c_{n+1} \leq c_n$

- Initialisation
$9950 \leq 10000$ donc $c_1 \leq c_0$. $P(0)$ est vraie

- Hérédité
Supposons que pour un certain entier naturel k on ait
$c_{k+1} \leq c_k$
Montrons qu'alors $c_{k+2} \leq c_{k+1}$

$$c_{k+1} \leq c_k$$
$$1,0175\, c_{k+1} - 225 \leq 1,0175\, c_k - 225$$
$$c_{k+2} \leq c_{k+1}$$
$P(n)$ est héréditaire

- Conclusion
$P(n)$ est vraie pour le premier rang $n=0$
$P(n)$ est héréditaire
Donc $P(n)$ est vraie pour tout entier naturel n.
Donc la suite (c_n) est décroissante.

4) Il y a de moins en moins d'argent sur le compte

5)

n ← 0
C ← 10000
Tant que C ≥ 8000
  C ← 1,0175 C − 225
  n ← n+1
Fin Tant que

6) L'algorithme renvoie la valeur 31

7) Pour que le capital reste constamment égal à 10000 €, le premier retrait devrait être égal au montant des intérêts soit :
$\frac{1,75}{100} \times 10000 = \underline{175\text{ €}}$