

Tous les élèves de Terminale Spécialité Mathématiques Lycée Privé d'Avesnières	DEVOIR DE MATHÉMATIQUES N° 1	Vendredi 6 Octobre 2023
		Durée : 2 heures Calculatrice autorisée

NOM, PRENOM : .....

**L'énoncé est à rendre avec votre copie.**

**EXERCICE 1 :**

(5 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque question, **une seule des 4 réponses proposées est exacte.**

Une réponse correcte rapporte 1,25 point. Une réponse fausse ou l'absence de réponse n'apporte pas de point et n'enlève pas de point.

Indiquer vos réponses dans le tableau prévu à cet effet **sur cet énoncé** (sans justifier).

**Question 1 :**

On considère la suite numérique  $(u_n)$  définie pour tout  $n$  entier naturel par :  $u_n = \frac{1+2^n}{3+5^n}$ .

Cette suite :

- A) diverge vers  $+\infty$
- B) converge vers  $\frac{2}{5}$
- C) converge vers 0
- D) converge vers  $\frac{1}{3}$ .

**Question 2 :**

On pose  $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100}$ .

Parmi les scripts Python ci-dessous, celui qui permet de calculer la somme S est :

A) 

```
def somme_a() :
    S = 0
    for k in range(100) :
        S=1/(k+1)
    return S
```

C) 

```
def somme_c() :
    k = 0
    while S < 100 :
        S = S+1/(k+1)
    return S
```

B) 

```
def somme_b() :
    S = 0
    for k in range(100) :
        S = S + 1/(k + 1)
    return S
```

D) 

```
def somme_d() :
    k = 0
    while k < 100 :
        S = S + 1/(k + 1)
    return S
```



**EXERCICE 3 :**

( 5 points)

**PARTIE A**

On considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 400$  et pour tout entier naturel  $n$  :  $u_{n+1} = 0,9 u_n + 60$ .

- 1) a) Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .  
b) Conjecturer le sens de variation de la suite  $(u_n)$ .
- 2) Montrer, par récurrence, que pour tout entier naturel  $n$ , on a l'inégalité :  $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 600$ .
- 3) On donne une fonction écrite en langage Python :

```
def mystere(seuil) :  
    n=0  
    u=400  
    while u <= seuil :  
        n = n+1  
        u = 0.9*u+60  
    return n
```

Quelle valeur obtient-on en tapant sur la console de Python : `mystere(500)` ?

**PARTIE B**

Un arboriculteur possède un verger dans lequel il a la place de cultiver au maximum 500 arbres.

Chaque année, il vend 10% des arbres de son verger et puis il replante 60 nouveaux arbres.

Le verger compte 400 arbres en 2023.

L'arboriculteur pense qu'il pourra continuer à vendre et à planter les arbres au même rythme pendant les années à venir.

Va-t-il être confronté à un problème de place dans son verger ? Expliquer votre réponse.

**EXERCICE 4 :**

( 6 points)

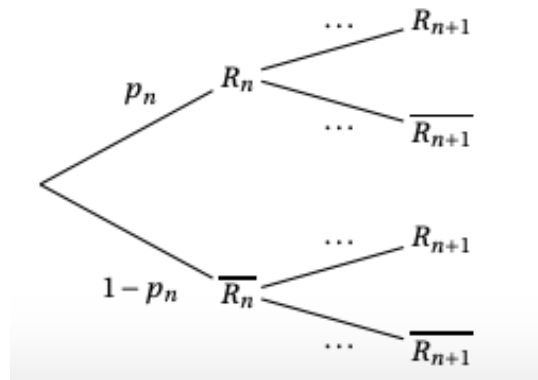
Chaque jour, un athlète doit sauter une haie en fin d'entraînement. Son entraîneur estime, au vu de la saison précédente que :

- si l'athlète franchit la haie un jour, alors il la franchira dans 90% des cas le jour suivant ;
- si l'athlète ne franchit pas la haie un jour, alors dans 70% des cas il ne la franchira pas non plus le lendemain.

On note pour tout entier  $n$  :

- $R_n$  l'événement : « L'athlète réussit à franchir la haie lors de la  $n$ -ième séance »,
- $p_n$  la probabilité de l'événement  $R_n$ . On considère que  $p_0 = 0,6$ .

1) Soit  $n$  un entier naturel, recopier l'arbre pondéré ci-dessous et compléter les pointillés.



2) Justifier en vous aidant de l'arbre que, pour tout entier naturel  $n$ , on a :  $p_{n+1} = 0,6 p_n + 0,3$  .

3) On considère la suite  $(u_n)$  définie, pour tout entier naturel  $n$ , par  $u_n = p_n - 0,75$ .

- Démontrer que la suite  $(u_n)$  est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- Démontrer que, pour tout entier naturel  $n$  :  $p_n = 0,75 - 0,15 \times 0,6^n$ .
- En déduire la probabilité que l'athlète réussisse à franchir la haie lors de la 10-ième séance.