

CHAPITRE 8 : Fonctions trigonométriques

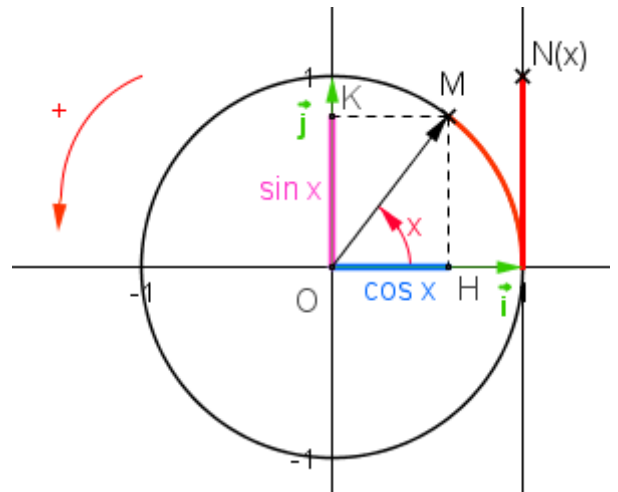
1	Rappels : fonctions cosinus et sinus	2
1.1	Définitions	2
1.2	Valeurs remarquables des fonctions sinus et cosinus.....	2
2	Propriétés des fonctions cosinus et sinus	3
2.1	Périodicité.....	3
2.2	Parité	3
3	Dérivabilité et variations	4
3.1	Dérivabilité	4
3.2	Variations.....	5

CHAPITRE 8 : Fonctions trigonométriques

1 Rappels : fonctions cosinus et sinus

1.1 Définitions

- Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ et orienté dans le sens direct, on considère un cercle trigonométrique de centre O .
- Pour tout nombre réel x , on fait correspondre un point M sur le cercle trigonométrique.
 - Le **cosinus** du nombre réel x est l'abscisse de M et on le note $\cos x$.
 - Le **sinus** du nombre réel x est l'ordonnée de M et on le note $\sin x$.



Propriétés

1. $\forall x \in \mathbb{R}, -1 \leq \cos x \leq 1.$
2. $\forall x \in \mathbb{R}, -1 \leq \sin x \leq 1.$
3. $\forall x \in \mathbb{R}, \cos^2 x + \sin^2 x = 1.$

1.2 Valeurs remarquables des fonctions sinus et cosinus.

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

2 Propriétés des fonctions cosinus et sinus

2.1 Périodicité

Propriétés

1. $\forall x \in \mathbb{R}, \cos x = \cos(x + 2k\pi)$ avec $k \in \mathbb{Z}$.
2. $\forall x \in \mathbb{R}, \sin x = \sin(x + 2k\pi)$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

Remarque

On dit que les fonctions cosinus et sinus sont **périodiques de période 2π** .

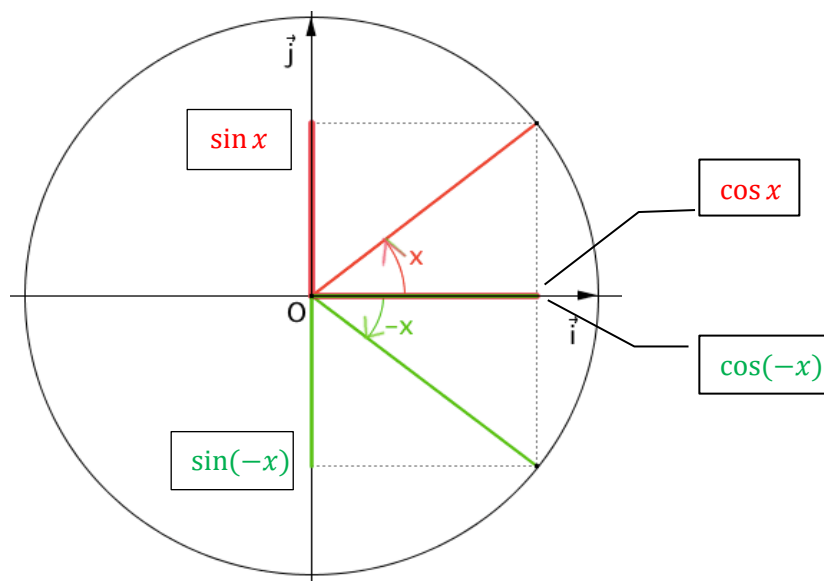
Conséquence

Pour tracer la courbe représentative de la fonction cosinus ou de la fonction sinus, il suffit de la tracer sur un intervalle de longueur 2π et de la compléter par translation.

2.2 Parité

Propriétés

1. $\forall x \in \mathbb{R}, \cos(-x) = \cos(x)$.
2. $\forall x \in \mathbb{R}, \sin(-x) = -\sin(x)$.



Remarque

On dit que la fonction **cosinus est paire** et que la fonction **sinus est impaire**.

Rappels

- Une fonction f **est paire** lorsque pour tout réel x de son ensemble de définition D ,
– x appartient à D
et
 $f(-x) = f(x)$.
- Une fonction f **est impaire** lorsque pour tout réel x de son ensemble de définition D ,
– x appartient à D
et
 $f(-x) = -f(x)$.

Conséquences graphiques

- Dans un repère orthogonal, la courbe représentative de la fonction cosinus est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

- Dans un repère orthogonal, la courbe représentative de la fonction sinus est symétrique par rapport à l'origine.

3 Dérivabilité et variations

3.1 Dérivabilité

Les fonctions cosinus et sinus sont dérivables sur \mathbb{R} et on a :

$$(\cos(x))' = -\sin(x) \quad \text{et} \quad (\sin(x))' = \cos(x)$$

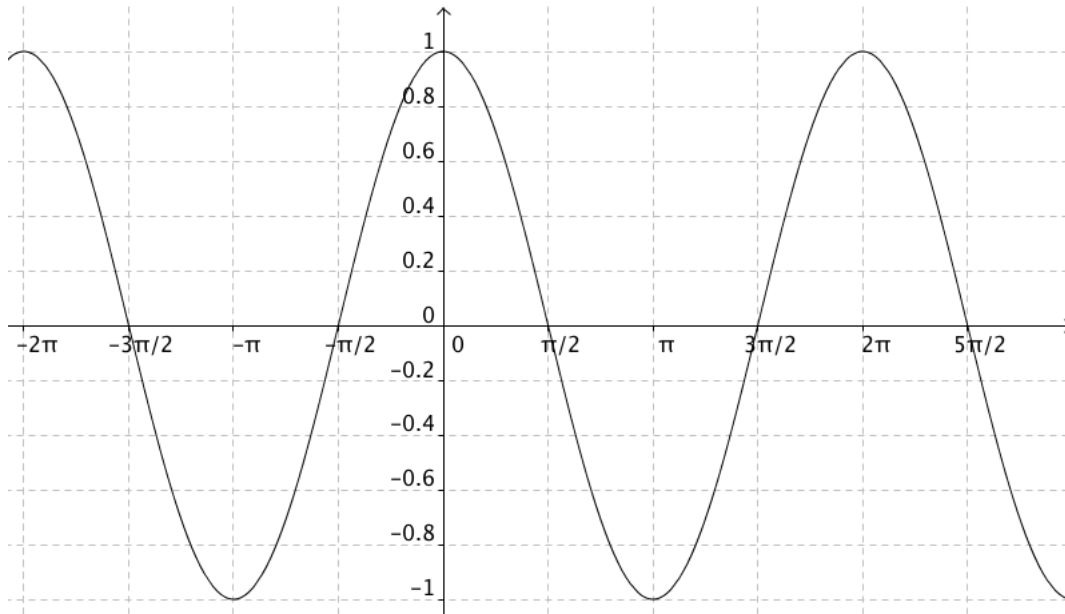
Remarque

$(\cos(x))'$ se note également $\cos'(x)$

3.2 Variations

Fonction cosinus :

x	0	π
$\cos'(x) = -\sin x$	0	0
$\cos x$	1	-1



Fonction sinus :

x	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin'(x) = \cos x$	0	0
$\sin x$	-1	1

