23 math test 1

1) Au bout de la n-ième année, le nombre d'animaux est u_n.

Au début de l'année suivante, la population baisse de 5%
ce qui donne $0,95 \times u_n$ individus.

On réintroduit à la fin de l'année 200 individus.
Cela donne $u_{n+1} = 0,95 \times u_n + 200$ animaux au bout de la n+1 ème année.

2) $u_1 = 0,95\, u_0 + 200$
$u_1 = 0,95 \times 10000 + 200$
$u_1 = 9700$ individus

$u_2 = 0,95\, u_1 + 200$
$u_2 = 0,95 \times 9700 + 200$
$u_2 = 9415$ individus

3) On a $u_0 = 10000$
$u_1 = 9700$
$u_2 = 9415$

$u_1 - u_0 = -300$ $\quad$ $u_2 - u_1 = -285$ $\quad$ $-300 \neq -285$ donc la suite (u_n) n'est pas arithmétique.

$\frac{u_1}{u_0} = 0,97$ $\quad$ $\frac{u_2}{u_1} \approx 0,97062$ $\quad$ $0,97 \neq 0,97062$ donc la suite (u_n) n'est pas géométrique.

4) $V_{n+1} = u_{n+1} - 4000$ (c'est la relation entre V_n et u_n écrite pour l'entier n+1)

$V_{n+1} = 0,95\, u_n + 200 - 4000$ (on remplace u_{n+1} par $0,95\, u_n + 200$)
$V_{n+1} = 0,95\, u_n - 3800$
Puisque $u_n = V_n + 4000$ alors $V_{n+1} = 0,95\,(V_n + 4000) - 3800$

$V_{n+1} = 0,95\, V_n + 0,95 \times 4000 - 3800$
$V_{n+1} = 0,95\, V_n + 3800 - 3800$
$V_{n+1} = 0,95\, V_n$ quel que soit $n \in \mathbb{N}$

Donc la suite (V_n) est géométrique de 1er terme $V_0 = u_0 - 4000 = 6000$
de raison $q = 0,95$

5) Puisque (V_n) est géométrique alors $V_n = V_0 \times q^n$
$V_n = 6000 \times 0,95^n \quad \forall n \in \mathbb{N}$

On a donc $u_n = V_n + 4000$ (c'est la relation entre V_n et u_n)

et en remplaçant V_n on obtient $u_n = 6000 \times 0,95^n + 4000 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

6) On peut faire la table des premières valeurs de la suite (u_n) à la calculatrice.
On obtient $u_{35} \approx 4997$. Au bout de 35 ans, plus de la moitié de l'effectif de départ 10000 a disparu. La responsable a raison.