Exercice 1 :

L'exercice est constitué de deux parties indépendantes.

Partie I

On considère l'équation différentielle

$$(E) : y' + y = \mathrm{e}^{-x}$$

1. Soit u la fonction définie sur **R** par $u(x) = x\mathrm{e}^{-x}$.

Vérifier que la fonction u est une solution de l'équation différentielle (E).

2. On considère l'équation différentielle $(E') : y' + y = 0$.

Résoudre l'équation différentielle (E') sur **R**.

3. En déduire toutes les solution de l'équation différentielle (E) sur **R**.
4. Déterminer l'unique solution g de l'équation différentielle (E) telle que $g(0) = 2$.

Partie II

Dans cette partie, k est un nombre réel fixé que l'on cherche à déterminer.

On considère la fonction f_k définie sur **R** par

$$f_k(x) = (x + k)\mathrm{e}^{-x}$$

Soit h la fonction définie sur **R** par

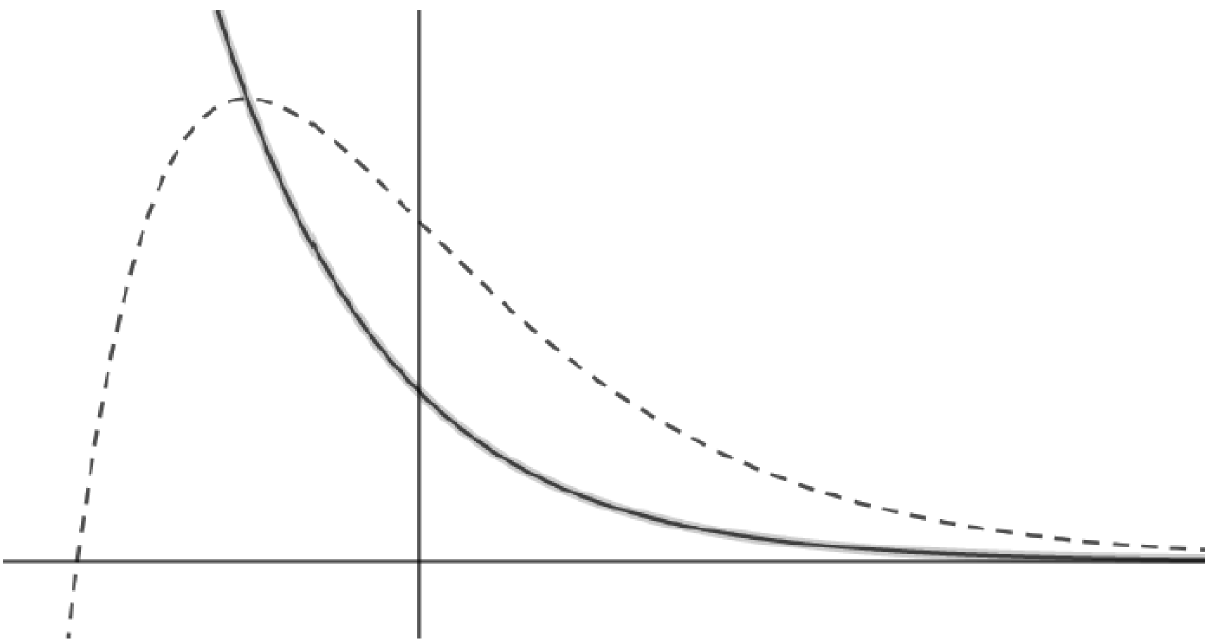
$$h(x) = \mathrm{e}^{-x}$$

On note C_k la courbe représentative de la fonction f_k dans un repère orthogonal et C la courbe représentative de la fonction h.

On a représenté sur le graphique en annexe les courbes C_k et C sans indiquer les unités sur les axes ni le nom des courbes.

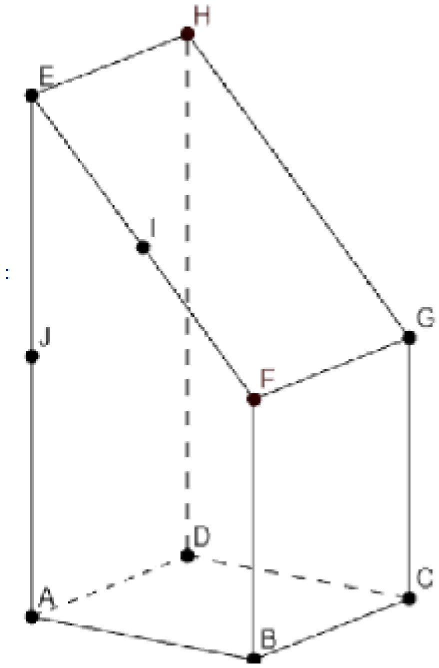
1. Sur le graphique en annexe à rendre avec la copie, l'une des courbes est en traits pointillés, l'autre est en trait plein. Laquelle est la courbe C ?
2. En expliquant la démarche utilisée, déterminer la valeur du nombre réel k et placer sur l'annexe à rendre avec la copie l'unité sur chacun des axes du graphique.

Annexe



Exercice 4 :

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, une seule des quatre propositions est exacte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la proposition choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Pour chaque question, une réponse exacte rapporte un point. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.
Les questions sont indépendantes.



On considère le prisme droit ABFEDCGH tel que $\mathrm{AB} = \mathrm{AD}$.
Sa base ABFE est un trapèze rectangle en A, vérifiant $\overrightarrow{\mathrm{BF}} = \frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AE}}$.
On note I le milieu du segment [EF].
On note J le milieu du segment [AE].

On associe à ce prisme le repère orthonormé $(\mathrm{A}; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ tel que :
$\vec{\imath} = \overrightarrow{\mathrm{AB}}$; $\vec{\jmath} = \overrightarrow{\mathrm{AD}}$; $\vec{k} = \overrightarrow{\mathrm{AJ}}$.

1. On donne les coordonnées de quatre vecteurs dans la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.
   Lequel est un vecteur normal au plan (ABG)?

   a. $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ b. $\vec{n}\begin{pmatrix}-1\\1\\1\end{pmatrix}$ c. $\vec{n}\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}$ d. $\vec{n}\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$

2. Parmi les droites suivantes, laquelle est parallèle à la droite (IJ) ?

   a. (DG) b. (BD) c. (AG) d. (FG)

3. Quels vecteurs forment une base de l'espace ?

   a. $(\overrightarrow{\mathrm{AB}}\ ;\ \overrightarrow{\mathrm{CG}})$ b. $(\overrightarrow{\mathrm{AB}}\ ;\ \overrightarrow{\mathrm{AC}}\ ;\ \overrightarrow{\mathrm{AD}})$ c. $(\overrightarrow{\mathrm{DA}}\ ;\ \overrightarrow{\mathrm{DC}}\ ;\ \overrightarrow{\mathrm{DG}})$ d. $(\overrightarrow{\mathrm{CA}}\ ;\ \overrightarrow{\mathrm{CG}}\ ;\ \overrightarrow{\mathrm{CE}})$

4. Une décomposition du vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AG}}$ comme somme de plusieurs vecteurs **deux à deux orthogonaux** est :

   a. $\overrightarrow{\mathrm{AG}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{HG}}$ b. $\overrightarrow{\mathrm{AG}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{AD}} + \overrightarrow{\mathrm{AJ}}$ c. $\overrightarrow{\mathrm{AG}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{BJ}} + \overrightarrow{\mathrm{JG}}$ d. $\overrightarrow{\mathrm{AG}} = \overrightarrow{\mathrm{AD}} + \overrightarrow{\mathrm{DH}} + \overrightarrow{\mathrm{HG}}$

5. Le volume du prisme droit ABFEDCGH, est égal à :

   a. $\frac{5}{8}$ b. $\frac{8}{5}$ c. $\frac{3}{2}$ d. 2