

On applique l'inégalité de concentration dans le but de déterminer la taille n de l'échantillon de variables aléatoires x . M_n est la proportion de Pile dans l'échantillon.

x suit la loi de Bernoulli de paramètre $p=0,5$ $E(x)=0,5$
 $V(x)=0,25$
 on cherche l'entier naturel n tel que la probabilité

$$P(M_n \in]0,45; 0,55[) \geq 0,99$$

ce qui équivaut à $P(|M_n - 0,5| < 0,05) \geq 0,99$

Pour l'inégalité de concentration, il faut la probabilité de l'événement contraire:

$$1 - P(|M_n - 0,5| < 0,05) \leq 1 - 0,99$$

$$P(|M_n - 0,5| \geq 0,05) \leq 0,01$$

On n'est pas très loin de l'inégalité de concentration qui est:

$$P(|M_n - E(x)| \geq t) \leq \frac{V(x)}{n t^2} \leq 0,01$$

On va déterminer la valeur de n

$$\text{On a } E(x) = 0,5$$

$$t = 0,05$$

$$V(x) = pq = 0,5 \times 0,5 = 0,25$$

$$\text{on cherche } n \text{ tel que } \frac{V(x)}{n \times 0,05^2} \leq 0,01$$

$$\frac{0,25}{0,05^2} \times \frac{1}{0,01} \leq n$$

$$\frac{0,25}{2,5 \cdot 10^{-5}} \leq n$$

$$10000 \leq n$$

Il suffit de lancer 10000 fois la pièce pour être sûr à 99% que la fréquence de Pile observée est dans $]0,45; 0,55[$