

Soit f une fonction homographe :

$$f : x \mapsto \frac{9 - 3x}{-6 + 9x}$$

Déterminer $f'(x)$

$$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$$

$$\text{avec } u(x) = 9 - 3x$$

$$u'(x) = -3$$

$$v(x) = -6 + 9x$$

$$v'(x) = 9$$

$$f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{(v(x))^2}$$

$$f'(x) = \frac{-3(-6 + 9x) - (9 - 3x)(9)}{(-6 + 9x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{18 - 27x - 81 + 27x}{(-6 + 9x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-63}{(-6 + 9x)^2}$$

Le signe de $f'(x)$:

$$-63 < 0$$

$$(-6 + 9x)^2 > 0 \quad (\text{c'est un carré})$$

$$\text{sauf pour } -6 + 9x = 0$$

$$9x = 6$$

$$x = \frac{2}{3}$$

(valeur interdite)

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
signe de f'	-		-

le tableau de variations de f sur $[-10; 10]$:

x	-10	$\frac{2}{3}$	10
$f(x)$	$-\frac{13}{32}$		$-0,25$

$$f(-10) = \frac{9 - 3(-10)}{-6 + 9(-10)} = -\frac{13}{32}$$

$$f(10) = \frac{9 - 3(10)}{-6 + 9(10)} = -0,25$$