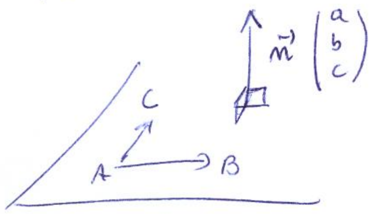
N°20119

Soit un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.
Soit le plan P défini par les points $A\,(6; -4; -7)$, $B\,(3; 4; -1)$ et $C\,(-7; 3; -2)$. Donner une équation cartésienne de P.

Valider ✔ Suivant ▶

- On cherche d'abord un vecteur normal $\vec{n}$ au plan P.



$\vec{n}$ est orthogonal à la fois à $\vec{AB}$ et à $\vec{AC}$.

$\vec{AB}\begin{pmatrix}3-6\\4-(-4)\\-1-(-7)\end{pmatrix}$ $\vec{AB}\begin{pmatrix}-3\\8\\6\end{pmatrix}$

$\vec{AC}\begin{pmatrix}-7-6\\3-(-4)\\-2-(-7)\end{pmatrix}$ $\vec{AC}\begin{pmatrix}-13\\7\\5\end{pmatrix}$

$$\begin{cases}\vec{n}\cdot\vec{AB}=0\\ \vec{n}\cdot\vec{AC}=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}-3a+8b+6c=0\\ -13a+7b+5c=0\end{cases}$$

On a un degré de liberté car il y a 3 inconnues et deux équations. Donc on peut choisir librement l'une des coordonnées de $\vec{n}$. Choisissons $a=1$

ce qui donne $\begin{cases}8b+6c=3\\ 7b+5c=13\end{cases}$ On résout avec l'application de la calculatrice : $\begin{cases}b=\frac{63}{2}\\ c=-\frac{83}{2}\end{cases}$

On déduit que $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\\frac{63}{2}\\-\frac{83}{2}\end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan P mais aussi $2\vec{n}\begin{pmatrix}2\\63\\-83\end{pmatrix}$ qui a des coordonnées entières. Donc P a comme équation $2x+63y-83z+d=0$ $A\in P$ donc $2(6)+63(-4)-83(-7)+d=0$

$341+d=0$ $d=-341$. Donc P a comme équation

$\underline{2x+63y-83z-341=0}$